Seconde B | **DS de Mathématiques n°2** | **14 décembre 2019**

Durée : 2 heures

Exercice 1 (2 points)

Le Black Friday a réussi sa traversée de l'Atlantique. Il prend de plus en plus d'ampleur en France.

1. Déterminer le taux d'évolution du panier moyen d'un acheteur français entre 2016 et 2017. (0,75 pt)

Le taux d'évolution du panier moyen entre 2016 et 2017 est égal à :

$$\frac{118-112}{112}=\frac{6}{112}=\frac{3}{56}\approx 0{,}0536$$

Soit une hausse d'environ 5,36 %.

2. En 2017, la part des ventes dédiées à l'équipement électronique était de 19 % des ventes totales. Elle a baissé d'environ 44 % par rapport à l'année 2016.
   Quelle était la part des ventes dédiées à l'équipement électronique en 2016 ? (1,25 pt)

Notons $P_E(2017)$ la part des ventes dédiées à l'équipement électronique en 2017 donc

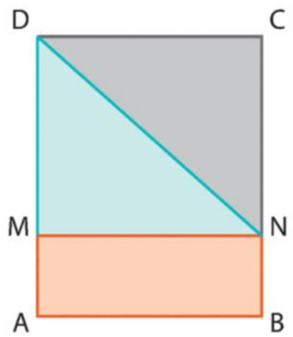
$$P_E(2017)=19\%=0{,}19$$

On a alors $P_E(2017)=(1-44\%)\times P_E(2016)=0{,}56\times P_E(2016)$

Donc $0{,}19=0{,}56\times P_E(2016) \iff P_E(2016)=\frac{0{,}19}{0{,}56}\approx 0{,}3393$ soit environ 34 %.

Exercice 2 (2 points)

$ABCD$ est un rectangle tel que $AB = 8$ et $AD = 10$.
M est un point du segment $[AD]$ et N est le point de $[BC]$ tel que $ABNM$ est un rectangle.
On pose $x = AM$.



1. À quel intervalle appartient x ? (0,5 pt)

Le point M est situé sur le segment $[AD]$ et $AD = 10$ donc la longueur AM est comprise entre 0 et 10.
Par conséquent $x \in [0\,;10]$.

2. Pour quelle(s) valeur(s) de x l'aire de $ABNM$ est-elle supérieure ou égale à celle du triangle NDC ? (1,5 pt)

$$Aire(ABNM)=AB\times AM=8x$$

$$Aire(NDC)=\frac{1}{2}\times NC\times CD=\frac{1}{2}\times(10-x)\times 8=40-4x$$

$$Aire(ABNM)>Aire(NDC) \iff 8x>40-4x \iff 12x>40 \iff x>\frac{40}{12} \iff x>\frac{10}{3}$$

Exercice 3 (3 points)

Dans un repère orthonormé, on donne les points $A(-1\,;4)$, $B(7\,;8)$, $C(5\,;\,-8)$.

1. Calculer les coordonnées du point D afin que $ABDC$ soit un parallélogramme. (1 point)

$ABDC$ est un parallélogramme si et seulement si les diagonales $[BC]$ et $[AD]$ ont le même milieu.

Le milieu de $[BC]$ admet pour coordonnées, $\left(\frac{7+5}{2}\,;\frac{8-8}{2}\right)$ soit $(6\,;0)$.

Le milieu de $[AD]$ admet pour coordonnées, $\left(\frac{-1+x_D}{2}\,;\frac{4+y_D}{2}\right)$

Par conséquent, $\frac{-1+x_D}{2} = 6 \Leftrightarrow x_D = 13$ et $\frac{4+y_D}{2} = 0 \Leftrightarrow y_D = -4$.

$ABDC$ est un parallélogramme si et seulement si D admet pour coordonnées $(13\,;\,-4)$.

2. Démontrer que ABC est un triangle rectangle en A. (1 point)

$$AB = \sqrt{\left(7-(-1)\right)^2 + (8-4)^2} = \sqrt{64+16} = \sqrt{80} \text{ donc } AB^2 = 80$$

$$AC = \sqrt{\left(5-(-1)\right)^2 + \left((-8)-4\right)^2} = \sqrt{36+144} = \sqrt{180} \text{ donc } AC^2 = 180$$

$$BC = \sqrt{(5-7)^2 + \left((-8)-8\right)^2} = \sqrt{4+256} = \sqrt{260} \text{ donc } BC^2 = 260$$

On remarque que $BC^2 = AC^2 + AB^2$ donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, ABC est un triangle rectangle en A.

3. Quelle est la nature du quadrilatère $ABDC$? (0,5 point)

Le quadrilatère $ABDC$ est un parallélogramme qui admet un angle droit, c'est donc un rectangle.

4. Déterminer les coordonnées du milieu de $[AD]$ et en déduire celles du milieu de $[BC]$. (0,5 point)

Le milieu de $[AD]$ admet pour coordonnées, $\left(\frac{-1+13}{2}\,;\frac{4-4}{2}\right)$ soit $(6\,;0)$.

$[AD]$ et $[BC]$ sont les diagonales du rectangle $ADBC$, elles ont donc le même milieu.
Par conséquent, les coordonnées du milieu de $[BC]$ sont $(6\,;0)$.

Exercice 4 – QCM (3 points)

Recopier sur votre copie la bonne réponse à chaque question proposée.

1. L'inéquation $3x - 8 < 25$ a pour ensemble solution

a) $[0\,;11]$	b) $]-\infty\,;11]$	c) $[11\,;+\infty[$	d) $]-\infty\,;11[$

$$3x - 8 < 25 \Leftrightarrow 3x < 33 \Leftrightarrow x < 11 \Leftrightarrow x \in]-\infty\,;11[$$

2. L'inéquation $-2x + 10 < 12x + 150$ a pour ensemble solution

a) $[-10\,;+\infty[$	b) $]-\infty\,;-10]$	c) $]-10\,;+\infty[$	d) $]-\infty\,;14[$

$$-2x + 10 < 12x + 150 \Leftrightarrow 10 - 150 < 12x + 2x \Leftrightarrow -140 < 14x \Leftrightarrow x > -10 \Leftrightarrow x \in]-10\,;+\infty[$$

3. Si $x > 5$ alors :

a) $-3x < -15$	b) $-2x > -10$	c) $4x > 9$	d) $\frac{1}{5}x < 1$

Si $x > 5$ alors $-3 \times x < -3 \times 5$ soit $-3x < -15$

Exercice 5 (4×0,75 points)

Résoudre dans ℝ les inéquations suivantes et donner l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle.

$a)\ 4x+7>-3x+63 \qquad b)\ -10x+5>0 \qquad c)\ \frac{1}{2}x+5\geq x-5 \qquad d)\ \frac{x+3}{2}<1$

$a)\ 4x+7>-3x+63 \Leftrightarrow 4x+3x>63-7 \Leftrightarrow 7x>56 \Leftrightarrow x>8 \Leftrightarrow \boxed{x\in\,]8\,;+\infty[}$

$b)\ -10x+5>0 \Leftrightarrow -10x>-5 \Leftrightarrow x<-\frac{5}{-10} \Leftrightarrow x<\frac{1}{2} \Leftrightarrow \boxed{x\in\left]-\infty\,;\frac{1}{2}\right[}$

$c)\ \frac{1}{2}x+5\geq x-5 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x-x\geq -5-5 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x\geq -10 \Leftrightarrow x\leq -10\times(-2) \Leftrightarrow x\leq 20$

$\Leftrightarrow \boxed{x\in\,]-\infty\,;20]}$

$d)\ \frac{x+3}{2}<1 \Leftrightarrow x+3<1\times 2 \Leftrightarrow x<2-3 \Leftrightarrow x<-1 \Leftrightarrow \boxed{x\in\,]-\infty\,;-1[}$

Exercice 6 (3 points)

On considère le programme ci-dessous écrit en langage Python

```
1 x=float(input("Saisir une valeur de x:"))
2 if x>=-1 and x<=5:
3     y=3*x**2-2*x+12
4     print("L'image de",x,"par g est",y)
5 else:
6     print("La fonction n'est pas définie en ",x)
```

Ce programme permet d'afficher l'image d'un nombre par une fonction g.

1. Donner $g(x)$. (0,75 pt)

La ligne 3 du programme permet d'écrire : $g(x)=3x^2-2x+12$

2. Donner l'ensemble de définition de g. (0,75 pt)

La fonction n'est définie que si $x\geq -1$ *et* $x\leq 5$ (ligne 2) donc $D_g=[-1\,;5]$

3. Qu'affiche le programme lorsque l'on saisit 3 en entrée ? (0,75 pt)

Comme $3\in[-1\,;5]$, la condition est réalisée et l'instruction 4 est exécutée.
Comme $g(3)=3\times 3^2-2\times 3+12=33$, le programme affiche :
L'image de 3 par g est 33.

4. Qu'affiche le programme lorsque l'on saisit 7 en entrée ? (0,75 pt)

Comme $7\notin[-1\,;5]$, la condition n'est réalisée et l'instruction 6 est exécutée.
Le programme affiche : « La fonction n'est pas définie en 7 ».

```
1 x=float(input("Saisir une valeur de x:"))
2 if x>=-1 and x<=5:
3     y=3*x**2-2*x+12
4     print("L'image de",x,"par g est",y)
5 else:
6     print("La fonction n'est pas définie en ",x)
7
```

```
Python 3.7.3 (default, Apr 24 2019, 15:29:51)
This is the Pyzo interpreter with integrated e
Type 'help' for help, type '?' for a list of *

>>> (executing cell "" (line 1 of "algo.py"))
Saisir une valeur de x:3
L'image de 3.0 par g est 33.0

>>> (executing cell "" (line 1 of "algo.py"))
Saisir une valeur de x:7
La fonction n'est pas définie en  7.0
```

Exercice 7 (4 points)

À l'aide de la courbe donnée ci-dessous représentant une fonction k, compléter les phrases ci-dessous.

1. L'ensemble de définition de la fonction k est $[\mathbf{-3\,;5}\,]$ **(0,5)**

2. $k(1) = \mathbf{2}$ **(0,25)**

3. L'image de 3 par la fonction k est $\boldsymbol{k(3) = 2}$ **(0,25)**

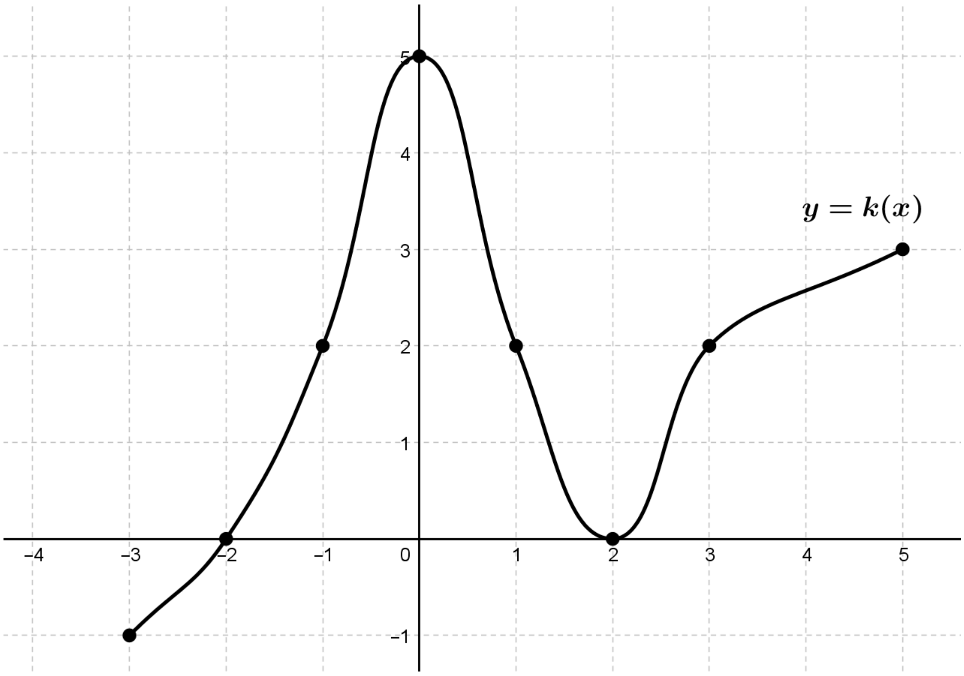
4. L'ensemble des solutions de l'équation $k(x) = 2$ est $\boldsymbol{S = \{-1\,;1\,;3\,\}}$ **(0,5)**

5. $k(x) = -2 \iff \boldsymbol{x \in \emptyset}$ **(0,5)**

6. 0 est un antécédent de **5** **(0,5)**

7. $k(x) \leq 2 \iff \boldsymbol{x \in [-3\,;\,-1] \cup [1\,;3]}$ **(0,75)**

8. $k(x) > 3 \iff \boldsymbol{x \in\,]-0,7\,;0,7[}$ **(0,75)**



Exercice BONUS

Qu'affiche le programme PYTHON suivant ?

```
for x in range(1,11):
    print(x,"|",2*x+5)
```

```
>>> for x in range(1,11):
    print(x,"|",2*x+5)

...
1 | 7
2 | 9
3 | 11
4 | 13
5 | 15
6 | 17
7 | 19
8 | 21
9 | 23
10 | 25
```