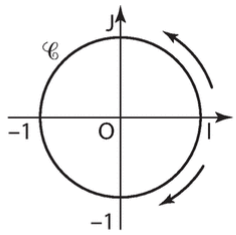
# Trigonométrie

Dans tout le chapitre on se place dans un repère orthonormé $(O\ ;\ I\ ,J)$
La droite numérique peut être également appelé droite des réels.

## *I.* Repérage sur le cercle trigonométrique




### Définition - Cercle trigonométrique

On appelle **cercle trigonométrique** le cercle $\mathscr{C}$ ………………………………… ……………………………………………………………………………………

**Remarque**
Le périmètre $P$ du cercle trigonométrique est égal à : $P =$ … … … … … … … … … ….

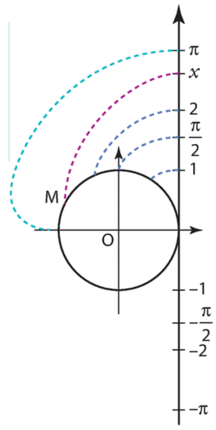
### Propriété - Orientation sur le cercle trigonométrique

On choisit une orientation sur le **cercle trigonométrique** $\mathscr{C}$ :

- le sens **…………** (ou …………ou encore **trigonométrique**) est …………………au sens de rotation des aiguilles d'une montre ;
- le sens **………….** (ou …………) est le sens de rotation des aiguilles d'une montre.

**Exemple**
Le panneau de signalisation ci-contre sert à indiquer le sens de parcours à prendre lors de l'abord d'un carrefour giratoire. Le sens utilisé est le sens …………………………..

### Propriété - Repérage




Pour **repérer un point $M$ du cercle trigonométrique**, on « enroule » autour du cercle un axe vertical orienté vers le haut, gradué, d'origine le point I.
On peut alors associer un réel $x$ à ce point $M$, $x$ étant l'abscisse d'un point de l'axe qui vient se superposer au point $M$.
On dit alors que ce point $M$ est le point-image de $x$ sur le cercle trigonométrique, ce que l'on peut noter $M_x$ .

**Remarques**

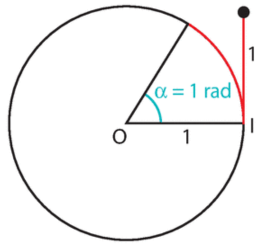
- Lorsqu'on enroule l'axe dans le sens **direc**t, ce sont des points d'**abscisses** **…………………..**qui se superposent à $M$ ; dans le sens **indirect**, ce sont des points d'**abscisses ………………………**
- Tout point sur le cercle trigonométrique se repère par ……………………………….., distants d'un multiple de … … … (…………………. du cercle trigonométrique), selon le nombre de ………….. ………………………………. de l'enroulement de l'axe.

**Exemples**
① Les points de la droite des réels 0 ; $2\pi$; $4\pi$ , et plus généralement de la forme $2k\pi$ (avec $k \in \mathbb{Z}$) ont pour image ……………………………………………
② Les points $\frac{\pi}{2}$ ; $\frac{\pi}{2} + 2\pi$ $\left(soit\ \frac{5\pi}{2}\right)$ ; $\frac{\pi}{2} + 4\pi$ $\left(soit\ \frac{9\pi}{2}\right)$, et plus généralement de la forme $\frac{\pi}{2} + 2k\pi$ (avec $k \in \mathbb{Z}$) ont pour image ………………………………..

**Remarque**
À chaque réel $x$ on associe un point $M$ sur le cercle trigonométrique. Ce réel $x$ est lié à l'angle au centre et donc à la ……………………………… de cercle trigonométrique associée.

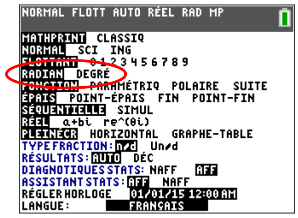
### Définition - Radian

Soit $\mathscr{C}$ le cercle trigonométrique et $M$ un point du cercle.
La **mesure en radian** de l'angle $\widehat{IOM}$ est ……………………………………………………
Le symbole associé à cette mesure est **…..** ou **…..**




**Remarques**

- Dans ces conditions, 360° correspondent à … … … … ….
- Par proportionnalité, on obtient que 30° correspondent à … … …. ; 45° correspondent à … … … … ; 90° correspondent à … … … … ……
- Il faut faire attention au **paramétrage de sa calculatrice** selon le mode degré ou radian choisi (TI 83 : $\boxed{\text{mode}}$)




**Exercice résolu 1page 205**

# II. Coordonnées d'un point du cercle trigonométrique

## 1. Sinus et cosinus

### Définitions - Sinus et cosinus

Pour tout nombre $x$, le cosinus et le sinus de $x$, notés $cos(x)$ et $sin(x)$, sont les ………………… …………………………………….. On écrit alors $M_x$ (… … … … ; … … … ….).

### Exemples

① Le réel 0 est associé au point… …. sur le cercle trigonométrique.
On obtient donc $\cos(0) =$ …. et $\sin(0) =$ … ….
② Le réel $\frac{\pi}{2}$ est associé au point … …. sur le cercle trigonométrique.
On obtient donc $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) =$ … … et $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) =$ … ….

### Propriétés - Sinus et cosinus

Pour tout nombre réel $x$ :
$(\cos(x))^2 + (\sin(x))^2 =$ … …  … … $\leq \cos(x) \leq$ … …  … … $\leq \sin(x) \leq$ … ….

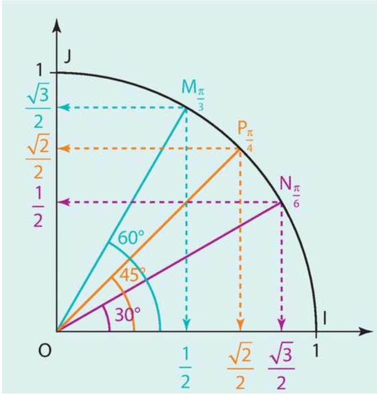
Démonstration
…..

**Remarque**
On peut noter … … … .. au lieu de $(\cos(x))^2$ et … … … … au lieu de $(\sin(x))^2$

## 2. Valeurs remarquables

### Propriété - Valeurs remarquables

Soit $M_x$ un point du cercle trigonométrique, image d'un réel $x$. Alors :




| $Angle\ \widehat{IOM}$ | 0° | 30° | 45° | 60° | 90° |
|---|---|---|---|---|---|
| $Réel\ \ x$ | | | | | |
| $\cos x$<br>$\cos \widehat{IOM}$ | | | | | |
| $\sin x$<br>$\sin \widehat{IOM}$ | | | | | |

Démonstrations

On appelle H le pied de la hauteur issue de M dans le triangle $OMI$.

① Calcul de $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$ et de $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$

….

② Calcul de $\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$

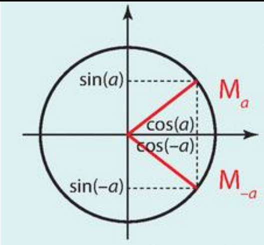
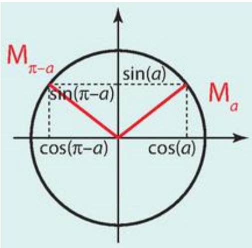
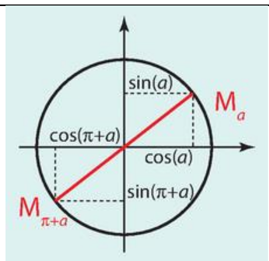
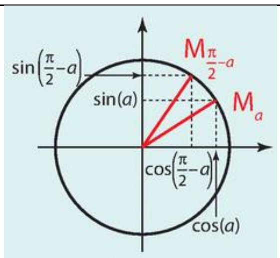
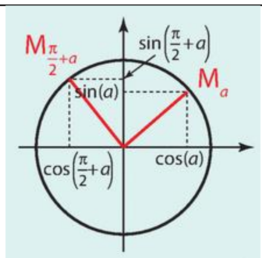
……

**Exercice résolu 2 page 205**

### *3.* Angles associés

**Propriétés – Angles associés**

Par différentes symétries, on obtient les formules suivantes.

| | | | |
|---|---|---|---|
|  | | $a \in \mathbb{R}$ | |
|  | |  | |
|  | |  | |

# *III.* Fonctions cosinus et sinus

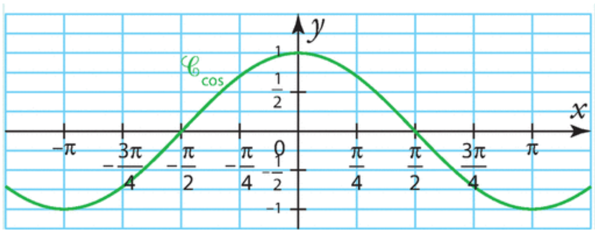
**Définitions - Fonction cosinus**

- La **fonction cosinus**, notée cos , est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $\cos : x \longmapsto \cos(x)$
- Un tableau de valeurs de la fonction cosinus est :

| $x$ | $-\pi$ | $-\dfrac{3\pi}{4}$ | $-\dfrac{\pi}{2}$ | $-\dfrac{\pi}{4}$ | $0$ | $\dfrac{\pi}{4}$ | $\dfrac{\pi}{2}$ | $\dfrac{3\pi}{4}$ | $\pi$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\cos(x)$ | | | | | | | | | |

- Un tableau de variation de la fonction cosinus sur $]-\pi\,;\pi]$ est :

| $x$ | $-\pi$ | $-\dfrac{\pi}{2}$ | $0$ | $\dfrac{\pi}{2}$ | $\pi$ |
|---|---|---|---|---|---|
| **cos** | | | | | |



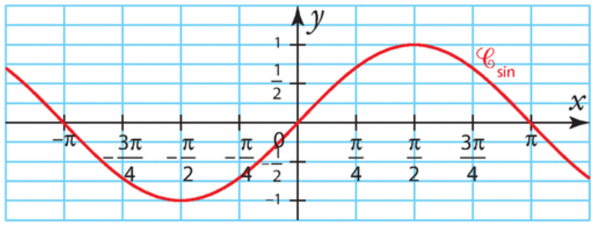
### Définitions - Fonction sinus

- La **fonction sinus**, notée sin , est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $\sin : x \longmapsto \sin(x)$
- Un tableau de valeurs de la fonction sinus est :

| $x$ | $-\pi$ | $-\frac{3\pi}{4}$ | $-\frac{\pi}{2}$ | $-\frac{\pi}{4}$ | $0$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{3\pi}{4}$ | $\pi$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\sin(x)$ | $0$ | $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $-1$ | $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $0$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $1$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $0$ |

- Un tableau de variation de la fonction cosinus sur $]-\pi\,;\pi]$ est :

| $x$ | $-\pi$ | $-\frac{\pi}{2}$ | $0$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\pi$ |
|---|---|---|---|---|---|
| sin | | | | | |




**Remarque**

Les fonctions **sinus** et **cosinus** sont des fonctions ………………………………..

Les fonctions trigonométriques servent à modéliser des phénomènes dits **……………………...**

### Propriété – Superposition de points-images

Soit un réel $x$ et $M_x(\cos(x)\ ;\sin(x))$ un point du cercle trigonométrique, alors les points $M_x(\cos(x)\ ;\sin(x))$ et … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … … sont confondus.

Démonstrations

…..

### Propriété – Périodicité

Les fonctions sinus et cosinus sont des fonctions périodiques de période … … .., dites « … … … … … … … …. » :

$$\sin(x + \ldots\ldots) = \sin(x) \quad et \quad \cos(x + \ldots\ldots) = \cos(x)$$

### Propriété - Parité des fonctions cosinus et sinus

Soit un réel $x$. Alors :

- la fonction sinus est **……………..**
  Sa courbe représentative est alors symétrique par rapport **………………………………….**
- la fonction cosinus est **…………..**
  Sa courbe représentative est alors symétrique par rapport **………………………………….**

**Remarque**

Les courbes $\mathcal{C}_{\sin}$ et $\mathcal{C}_{\cos}$ sont « décalées » de … …

En effet, $\cos(\ldots\ldots\ldots.) = \sin(x)$ et $\sin(\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots) = \cos(x)$.

**Exercice résolu 4 page 207**