Identités remarquables, calculs algébriques et équations

I. Calcul algébrique et identités remarquables

Propriété - Distributivité

- Pour tous nombres réels a, b et k on a : $k(a + b) =$ … … … … … … ….
- Pour tous nombres réels a, b, c et d on a : $(a + b)(c + d) =$ … … … … … … … … … ….

Remarque

Ces règles permettent généralement de ……………………une expression.

La règle de distributivité permet aussi de …………………………si un facteur commun est apparent dans une somme, en l'utilisant de la manière : $ka + kb =$ … … … … … … ..

➢ **Exercices résolus 1 et 2 page 97**

Propriété - Identités remarquables

Pour tous nombres réels a et b, on a :

$$(a+b)^2 = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$(a-b)^2 = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$(a+b)(a-b) = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

Remarques

- Dans le sens →, les identités remarquables permettent de …………………… des expressions.
- Dans le sens ←, les identités remarquables permettent de ……………………des expressions.

Démonstration

Pour tous nombres réels a et b, on a :

- $(a+b)^2 =$……………………………………………………………………………
- $(a-b)^2 =$……………………………………………………………………………
- $(a + b)(a - b) =$…………………………………………………………………….

Exemples

① Pour développer : $(x-3)^2 =$ … … … … … … … … … … … … … … ….. d'après la …….. identité remarquable.
② Pour factoriser : $x^2 + 2x + 1 = \cdots$ … … … … … … … … … … … en remplaçant a par … …. et b par ……dans l'égalité ……………………………….

➢ **Exercices résolus 1 et 2 page 97**

Règle - Écriture fractionnaire

Les règles de calcul habituelles des quotients comme la mise au même dénominateur peuvent être utilisées pour transformer des expressions fractionnaires si le(s) dénominateur(s) présent(s) dans l'expression est (sont) non nul(s).

Exemple

Pour $x \neq 2$, on a $2x + \frac{x+1}{x-2} =$……………………………………………………………………..

➢ **Exercice résolu 3 page 98**

Remarque
On signale au départ que $x \neq 2$.
En effet, si ……………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………………

II. Quelques résolutions algébriques d'équations

Propriété - Règle du produit nul
Un produit de facteurs est nul si et seulement si ………………………………………………………….

Exemple
On souhaite résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(2x+1)(x-7)=0$.
……………………………………………………………………………………………………….
……………………………………………………………………………………………………….

➢ **Exercice résolu 4 page 98**

Propriété - Résolution de l'équation $x^2 = k$
On considère l'équation $x^2 = k$ avec k appartenant à $\mathbb{R}$.

- Si $k < 0$, l'équation $x^2 = k$ ……………………………………………………………
- Si $k = 0$, l'équation $x^2 = k$ ……………………………………………………………
- Si $k > 0$, l'équation $x^2 = k$ ……………………………………………………………

Démonstration
$x^2 = k \Leftrightarrow x^2 - k = 0$
……….

Exemples
① $x^2 = 64 \Leftrightarrow$ ………………………………………………………………………………..
② Pour résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(2x+4)^2 = 9$, ……………………………………………………..
……………………………………………………………………………………………………

Remarque
On peut aussi utiliser une factorisation pour résoudre ce type d'équations.

Propriété - Résolution de l'équation $\sqrt{x} = k$
On considère l'équation $\sqrt{x} = k$ avec k appartenant à $\mathbb{R}$

- Si $k < 0$ l'équation $\sqrt{x} = k$ ……………………………………………………………………..
- Si $k \geq 0$ l'équation $\sqrt{x} = k$ ……………………………………………………………………

Exemple
L'équation $\sqrt{x} = 4$ a pour solution ….

Propriété - Quotient nul
Un quotient est nul si et seulement si ……………………………………………………………….

Remarque
La (les) valeurs pour le dénominateur s'annule est (sont) appelée(s) **…………………………………….**
En effet, comme nous ne pouvons pas diviser par ……, le calcul ………………………………………..

Exemple

Pour résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\frac{2x+8}{x-2} = 0$, on utilise la propriété : … … … … … … … … … … … … … … … … … … …..
……

➢ **Exercice résolu 5 page 99**

Remarques

- Dans le cas d'une équation mettant en jeu plusieurs fractions, une mise au même dénominateur peut être utilisée pour obtenir une équation quotient-nul équivalente.
- Une équation du type $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ où A, B, C, et D sont des nombres ou expressions avec x est équivalente à $A \times D = B \times C$ avec B et D différents de 0.
  Cela permet parfois de réécrire l'équation sous condition de valeurs interdites.

Propriété - Résolution de l'équation $\frac{1}{x} = k$

On considère l'équation $\frac{1}{x} = k$ avec k appartenant à $\mathbb{R}$:

- Si $k = 0$, l'équation $\frac{1}{x} = k$ …………………………………………………………..
- Si $k \neq 0$, l'équation $\frac{1}{x} = k$ ……………………………………………………………

Démonstration

……

Exemple

L'équation $\frac{1}{x} = 6$ a pour solution $x = \frac{1}{6}$