64 **D'après Bac (Asie – juin 2013 et Amérique du Sud - novembre 2012)**

Vrai faux

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse, et proposer une démonstration de la réponse indiquée. Une réponse non justifiée n'est pas prise en compte.

1) Dans les deux questions suivantes, l'espace est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

2) Soit S le point de coordonnées (1 ; 3 ; 5) et Δ_1 la droite de représentation paramétrique

$$\begin{cases} x = 1+t \\ y = 5-4t \quad , t \in \mathbb{R} \\ z = 2-2t \end{cases}$$

Affirmation 1 : la droite Δ_2 de représentation paramétrique

$$\begin{cases} x = -t \\ y = 7+4t \quad , t \in \mathbb{R} \\ z = 7+2t \end{cases}$$

est la droite parallèle à la droite Δ_1 passant par le point S.

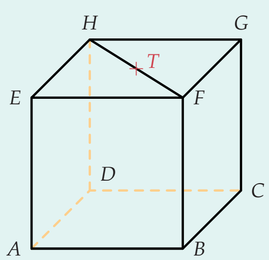
3) On considère les points I(1 ; 0 ; 0), J(0 ; 1 ; 0) et K(0 ; 0 ; 1).

Affirmation 2 : la droite Δ de représentation paramétrique

$$\begin{cases} x = 2-t \\ y = 6-2t \quad , t \in \mathbb{R} \\ z = -2+t \end{cases}$$

coupe le plan (IJK) au point $\mathrm{E}\left(-\frac{1}{2} ; 1 ; \frac{1}{2}\right)$.

4) Dans le cube ABCDEFGH, le point T est le milieu du segment [HF].



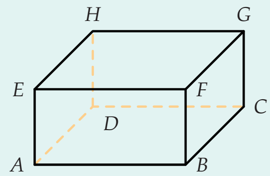
Affirmation 3 : les droites (AT) et (EC) sont orthogonales

65 **D'après Bac (Polynésie – juin 2015)**

On considère le pavé droit $ABCDEFGH$ ci-dessous, pour lequel $AB = 6$, $AD = 4$ et $AE = 2$.

I, J et K sont les points tels que :

$\overrightarrow{AI} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AE}$.



On se place dans le repère orthonormé $(A; \vec{AI}, \vec{AJ}, \vec{AK})$.

1) Déterminer une représentation paramétrique du plan (IJG).

2) Déterminer les coordonnées du point d'intersection L du plan (IJG) et de la droite (BF).

3) Reproduire la figure et tracer la section du pavé $ABCDEFGH$ par le plan (IJG). On ne demande pas de justification.

66 **D'après Bac (Métropole – juin 2015)**

Dans un repère orthonormé (O, I, J, K) d'unité 1 cm, on considère les points $A(0 ; -1 ; 5)$, $B(2 ; -1 ; 5)$, $C(11 ; 0 ; 1)$ et $D(11 ; 4 ; 4)$.

Un point M se déplace sur la droite (AB) dans le sens de A vers B à la vitesse de 1 cm par seconde.

Un point N se déplace sur la droite (CD) dans le sens de C vers D à la vitesse de 1 cm par seconde.

À l'instant $t = 0$ le point M est en A et le point N est en C.

On note M_t et N_t les positions des points M et N au bout de t secondes, t désignant un nombre réel positif.

On admet que M_t et N_t, ont pour coordonnées :

$M_t(t ; -1 ; 5)$ et $N_t(11 ; 0,8t ; 1 + 0,6t)$.

Les questions 1 et 2 sont indépendantes.

1) a) La droite (AB) est parallèle à l'un des axes (OI), (OJ) ou (OK). Lequel ?

b) La droite (CD) se trouve dans un plan $\mathcal{P}$ parallèle à l'un des plans (OIJ), (OIK) ou (OJK).
Lequel ? On donnera une représentation paramétrique de ce plan $\mathcal{P}$.

c) Vérifier que la droite (AB), coupe le plan $\mathcal{P}$ au point $E(11 ; -1 ; 5)$.

d) Les droites (AB) et (CD) sont-elles sécantes ?

2) a) Montrer que $M_tN_t^2 = 2t^2 - 25,2t + 138$.

b) À quel instant t la longueur M_tN_t est-elle minimale ?

67 **D'après Bac (Métropole – juin 2014)**

Dans l'espace, on considère un tétraèdre $ABCD$ dont les faces ABC, ACD et ABD sont des triangles rectangles isocèles en A. On désigne par E, F et G les milieux respectifs des côtés $[AB]$, $[BC]$ et $[CA]$.

On choisit AB comme unité de longueur et on se place dans le repère orthonormé $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD})$ de l'espace.

1) Donner les coordonnées des points D et E.

2) Donner une représentation paramétrique de la droite (DF).

3) On désigne par M un point de la droite (DF) et par t le réel tel que $\overrightarrow{DM} = t\overrightarrow{DF}$. On note α la mesure principale en radian de l'angle géométrique $\widehat{EMG}$.

Le but de cette question est de déterminer la position du point M pour que la mesure de α soit maximale.

a) Démontrer que $ME^2 = \dfrac{3}{2}t^2 - \dfrac{5}{2}t + \dfrac{5}{4}$.

b) Démontrer que le triangle MEG est isocèle en M.
En déduire que : $ME\sin(\frac{\alpha}{2}) = \dfrac{1}{2\sqrt{2}}$.

c) Justifier que α est maximale si et seulement si $\sin(\frac{\alpha}{2})$ est maximal.
En déduire que α est maximale si et seulement si ME^2 est minimal.

d) Conclure.

68 **D'après Bac (Pondichéry – 2013)**

Pour chacune des questions, plusieurs propositions de réponse sont données dont une seule est exacte. Pour chacune des questions indiquer, sans justification, la bonne réponse sur la copie. Une réponse exacte rapporte 1 point.
Une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point. Il en est de même dans le cas où plusieurs réponses sont données pour une même question.

L'espace est rapporté à un repère orthonormal. t et t' désignent des paramètres réels.

Le plan (P) est le plan ABC avec $A(0\,;\,1\,;\,-1)$, $B(-2\,;\,0\,;\,-1)$ et $C(-3\,;\,1\,;\,0)$.

Le plan (S) a pour représentation paramétrique $\left\{\begin{array}{lcl} x & = & -2+t+2t' \\ y & = & -t-2t' \\ z & = & -1-t+3t' \end{array}\right.$ t dans $\mathbb{R}$ t' dans $\mathbb{R}$.

La droite (D) a pour représentation paramétrique $\left\{\begin{array}{lcl} x & = & -2+t \\ y & = & -t \\ z & = & -1-t \end{array}\right.$ t dans $\mathbb{R}$.

On donne les points de l'espace $M(-1\,;\,2\,;\,3)$ et $N(1\,;\,-2\,;\,9)$.

1) Une représentation paramétrique du plan (P) est (à chaque fois, t dans $\mathbb{R}$, t' dans $\mathbb{R}$) :

a. $\left\{\begin{array}{lcl} x & = & t \\ y & = & 1-2t \\ z & = & -1+3t \end{array}\right.$ **b.** $\left\{\begin{array}{lcl} x & = & t+2t' \\ y & = & 1-t+t' \\ z & = & -1-t \end{array}\right.$

c. $\left\{\begin{array}{lcl} x & = & t+t' \\ y & = & 1-t-2t' \\ z & = & 1-t-3t' \end{array}\right.$ **d.** $\left\{\begin{array}{lcl} x & = & 1+2t+t' \\ y & = & 1-2t+2t' \\ z & = & -1-t' \end{array}\right.$

2) a) La droite (D) et le plan (P) sont sécants au point K$(-8\,;\,3\,;\,2)$.

b) La droite (D) est une droite du plan (P).

c) La droite (D) et le plan (P) sont strictement parallèles.

3) a) La droite (MN) et la droite (D) sont non coplanaires.

b) La droite (MN) et la droite (D) sont parallèles.

c) La droite (MN) et la droite (D) sont sécantes.

d) La droite (MN) et la droite (D) sont confondues.

4) a) Les plans (P) et (S) sont parallèles.

b) La droite (Δ) de représentation paramétrique $\left\{\begin{array}{lcl} x & = & t \\ y & = & -2-t \\ z & = & -3-t \end{array}\right.$ est la droite d'intersection des plans (P) et (S).

c) Le point M appartient à l'intersection des plans (P) et (S).