Activités Sésamath page 298

20 min

1 Découvrir la notion de variable aléatoire

Flo propose à Léna le jeu suivant pour une mise de départ de 2 €.

Léna tire au hasard une carte dans un jeu de 52 cartes puis :

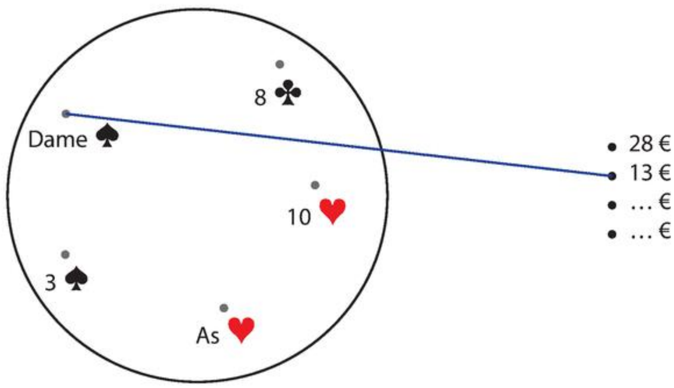
- si elle tire un as, elle gagne 30 € ;
- si elle tire un roi ou une dame, elle gagne 15 € ;
- si elle tire un 2, un 3 ou un 4, elle gagne 4 € ;
- si elle tire une autre carte, elle ne gagne rien.

Rappel Un jeu de 52 cartes est composé de 4 « couleurs » (trèfle, pique, coeur et carreau) et pour chacune de celles-ci il y a 13 valeurs (2, 3, 4, … , 10, valet, dame, roi et as).

1. Déterminer les gains algébriques potentiels de Léna à ce jeu (en tenant compte de la mise de départ, positif si elle gagne de l'argent, négatif sinon).

2. Recopier et compléter le schéma ci-dessous en joignant les éléments.

Prendre exemple sur ce qui a déjà été tracé :



3. On note X la fonction qui, à chaque issue du tirage au hasard d'une carte, associe le gain algébrique de Léna. On dit que X est une variable aléatoire réelle.

Quelles sont les valeurs de $X(\{6 de cœur\})$ et $X(\{roi de trefle\})$?

4. On note $p(X = 28)$, ce qui se lit « probabilité que X soit égale à 28 », la probabilité que la variable aléatoire X prenne la valeur 28. Elle est égale à la probabilité de tirer au hasard un as.

a) Que vaut $p(X = 28)$?

b) Que vaut $p(X = 13)$?

5. Recopier et compléter le tableau ci-dessous.

Gains : x_i	28	13	…	…
Probabilités : $p(X = x_i)$	…	…	…	…

En construisant ce tableau, nous définissons la loi de probabilité de la variable aléatoire X.

6. Quelle est la probabilité (en tenant compte de la mise) :

a) que Léna perde de l'argent ?

b) qu'elle gagne plus de 10 € ?

c) qu'elle gagne 4 € ?

d) qu'elle gagne 2 € ?

Cours 1 p. 302

1. 28 ; 13 ; 2 ; –2

2. Dame de pique reliée à 13 euros.

As de cœur relié à 28 euros.

3 de pique relié à 2 euros et 10 de cœur et 8 de pique relié à –2 euros.

3. $X(\{6 de cœur\}) = -2$ et $X(\{roi de trefle\}) = 13$.

4. a) $p(X = 28) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$

b) $p(X = 13) = \frac{8}{52} = \frac{2}{13}$

5.

Gains x_i	28	13	2	–2
Probabilités $p(X = x_i)$	$\frac{1}{13}$	$\frac{2}{13}$	$\frac{3}{13}$	$\frac{7}{13}$

car $p(X = 2)$ est la probabilité d'obtenir un 2, un 3 ou un 4 : $\frac{12}{52} = \frac{3}{13}$ et on pourra remarquer que la somme de toutes les probabilités est égale à 1.

6. a) $\frac{7}{13}$ **b)** $\frac{3}{13}$

c) 0 **d)** $\frac{3}{13}$