Auto évaluation corrigée

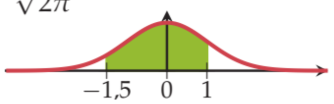
1 Calculer $\int_0^3 2\,\mathrm{d}x$ et $\int_0^4 2\mathrm{e}^{-2t}\,\mathrm{d}t$.

Corrigé

1 • $\int_0^3 2\,\mathrm{d}x = [2x]_0^3 = 2\times 3 - 2\times 0 = 6$

• $\int_0^4 2\mathrm{e}^{-2t}\,\mathrm{d}t = \left[-\mathrm{e}^{-2t}\right]_0^4 = -\mathrm{e}^{-2\times 4} - \left(-\mathrm{e}^{-2\times 0}\right)$
$= -\mathrm{e}^{-8} + 1.$

2 Avec la calculatrice, donner l'aire colorée ci-dessous (en unité d'aire) où la courbe représente la fonction $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2}}$ (arrondir au millième).



Corrigé

La calculatrice donne environ 0,775.

3 X est une variable aléatoire suivant la loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0{,}82$. Calculer :

1) $P(X = 7)$ **2)** $P(X < 5)$ **3)** $P(X \leqslant 4)$ **4)** $\sigma(X)$

Corrigé

La calculatrice donne :

1) $P(X = 7) \approx 0,174$

2) $P(X < 5) = P(X \leqslant 4) \approx 0,004$

3) $P(X \leqslant 4) \approx 0,004$

4) $\sigma(X) = \sqrt{10\times 0{,}82\times 0{,}18} \approx 1{,}215$

4 On a relevé les probabilités des gains à un jeu télévisé. On note G la variable aléatoire qui donne le gain en euros.

Le tableau suivant donne la loi de probabilité de G.

g_i	1 000	2 000	5 000	10 000
$P(G = g_i)$	0,63	0,21	0,12	0,04

1) Calculer $E(G)$ et $\sigma(G)$.

2) Donner une interprétation de $E(G)$.

3) Dans un deuxième jeu, l'espérance est égale à 2 050, mais l'écart-type est de 20 000. Dans quel jeu les gains sont-ils les plus hétérogènes ?

Corrigé

1)

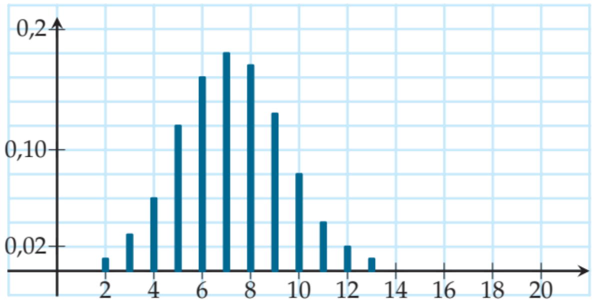
• $E(G) = 0{,}63\times 1\,000 + \ldots + 0{,}04\times 10\,000 = 2\,050$

• $\sigma(G) =$
$\sqrt{0{,}63\,(1\,000-2\,050)^2 + \ldots + 0{,}04\,(10\,000-2\,050)^2}$
$= \sqrt{4\,267\,500} \approx 2\,065{,}793$

2) Cela veut dire que sur un grand nombre de parties de ce jeu, en moyenne, le gain est de 2 050 €.

3) Plus l'écart-type est grand, plus les gains sont hétérogènes donc ils le sont plus dans le deuxième jeu.

5 On a représenté graphiquement ci-dessous une variable aléatoire suivant une loi binomiale.



Donner une valeur approchée de $P(X = 3)$ puis de $P(X \geqslant 10)$.

Corrigé

Graphiquement :

• $P(X = 3) \approx 0{,}03$

• $P(\geqslant 10) \approx 0{,}15$

6 Dans un jeu de hasard, on peut (en comptant la mise) perdre 3 €, gagner 7 € ou gagner 50 €.

La variable aléatoire X donnant le gain algébrique dans ce jeu vérifie $E(X) = -2$ et $V(X) = 31$.

1) L'organisateur décide d'ajouter 1 euro à tous les gains algébriques.
Que deviennent l'espérance et la variance ?

2) Soit Y la variable aléatoire telle que $Y = 2X$.
Déterminer les valeurs que peut prendre la variable aléatoire Y puis déterminer $E(Y)$ et $V(Y)$.

Corrigé

1) L'espérance augmente de 1 et est donc -1 et la variance est la même.

2) Y prend les valeurs -6 ; 14 et 100.

• $E(Y) = E(2X) = 2E(X) = -4$

• $V(Y) = V(2X) = 2^2V(X) = 124$