Généralités sur les fonctions, fonctions de référence

I. Notion de fonction

Définitions - Fonction et ensemble de définition

Soit D un ensemble de nombres réels, par exemple un intervalle.
Définir une fonction f sur D revient à ……………………………………………………………
…………………………………………………
D est **……………………………………** de la fonction : c'est l'ensemble des nombres pour lesquels il existe une …………………………..

Remarques

- Soit $a \in D$. L'image du nombre a par la fonction f est ………………. et se note … … … ..
  $f(a)$ se lit « … … … … … ».
- S'il n'est pas donné, l'ensemble de définition d'une fonction peut être obtenu par …………………
  ………………………(en cherchant par exemple des valeurs ………………………………..), par analyse du contexte lié à cette fonction (comme des distances par exemple).
- Modéliser une situation par une fonction f, c'est ……………………………………………..
  ………………… (notée en général x, t ou n) dans un ensemble de définition, puis en définissant les valeurs associées $f(x)$ à chacune des valeurs prises par la variable (par exemple par une formule, un tableau ou une courbe).
- **Vocabulaire** : si b est **………………** de a, on a l'égalité … … … … … et a est appelé un **……………** de b par la fonction f.
- Un nombre peut avoir … … … … … … … … … …. antécédents.

Définition - Expression algébrique d'une fonction

Soit f une fonction, D son ensemble de définition et $x \in D$.
L'expression algébrique d'une fonction donne ……………………………………………………..

Exemple

La fonction g est définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = (x-6)^2$
L'ensemble de définition est … … .. : on peut calculer les images de n'importe quel nombre réel par la fonction g. Par exemple, on a $g(2) =$ … … … … … … … … … … … … ….

Remarques

- On peut parfois écrire $g: x \longmapsto (x-6)^2$ qui se lit « …………………………………………….. ».
- Il n'existe pas toujours ……………………………………..

Définition - Tableau de valeurs

Soit f une fonction, D son ensemble de définition et x un élément de D.
Un tableau de valeurs d'une fonction f donne, sur la première ligne (ou colonne) …………………
…………et, en vis-à-vis sur la deuxième ligne (ou colonne), les …………………………………...

Exemple

La fonction $f: x \longmapsto 3x+5$ admet le tableau de valeurs ci-contre.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	-4	-1	2	5	8	11	14

Remarques

- Un tableau de valeurs n'est pas ………….. : il dépend du choix des valeurs de x sur la …………… ……………………………….
- Il s'obtient facilement avec une calculatrice (voir le TP1) ou un tableur.

II. Courbe représentative d'une fonction

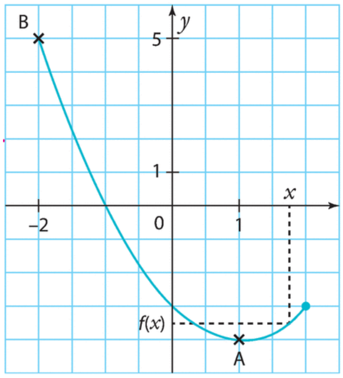
Définition - Courbe représentative d'une fonction

On considère une fonction f définie sur son ensemble de définition D.
Dans un repère, la courbe d'équation … … … … … … …. est l'ensemble des points du plan dont les coordonnées $(x\,;\,y)$ vérifient l'égalité… … … … … … ….
Cette courbe est la …………………………………………….

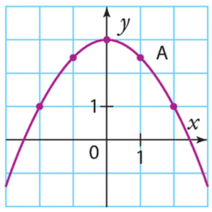
Remarque

Autrement dit, cela signifie que ………………… d'un point ………………….. de la courbe représentative de la fonction f vaut… ….: la courbe est donc l'ensemble des points de coordonnées … … … … … … …. où x parcourt l'ensemble de définition D de la fonction f.

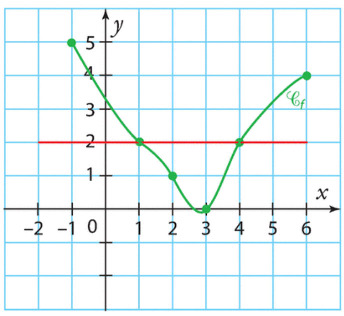
Exemples



① On considère la fonction f définie sur $[-2\,;\,2]$ par $f(x) = (x-1)^2 - 4$.
La courbe représentative de la fonction f est la courbe d'équation $y = (x-1)^2 - 4$ tracée ci-contre.
$f(1) =$ … … … … … … … … .., donc l'image de ……………… : la courbe passe par le point … … … … … …
Le point $B(-2\,;\,5)$ est sur la courbe. Cela veut dire que … … … … … … … … ….



② Soit la fonction h définie par $h(x) = 3 - 0{,}5x^2$ pour tout réel x.
On a $h(0) =$ … … … … … .. donc le point de coordonnées $A(\ldots\,;\ldots)$ ……………… à la courbe représentative $\mathcal{C}_h$ de h.
On peut, de la même façon, calculer et consigner les coordonnées de plusieurs points dans un tableau.
La courbe de la fonction h passe par les points que l'on a obtenus.



③ On peut résoudre de manière approchée une équation ou une inéquation en utilisant la courbe représentative d'une fonction.
Par exemple, on considère une fonction f définie sur $[-1\,;\,6]$ dont on donne ci-contre la courbe représentative $\mathcal{C}_f$.
De manière graphique :

- les solutions de l'équation $f(x) = 2$ sont ………………..
- l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \leq 2$ est … … … … … … …

→ Exercices résolus 1 et 2 page 197 – 198

Remarque - On peut tracer la courbe d'une fonction sur l'écran de la calculatrice (voir le TP1).

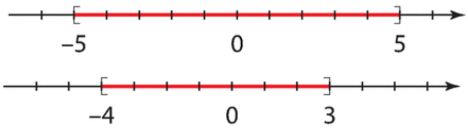
III. Fonction paire et fonction impaire

Définition - Ensemble symétrique par rapport à 0

Un ensemble de $\mathbb{R}$ (par exemple un intervalle) est dit symétrique par rapport à 0 si, ………………..
……………………………………………………………………………………

Exemples

L'intervalle $[-5\ ;\ 5]$ est ……………………………………...
L'intervalle $[-4\ ;\ 3]$ …………………………………….. (par exemple ….. est dans l’intervalle mais pas …………………………).



Définition - Fonction paire

Une fonction f, définie sur un ensemble de définition D symétrique par rapport à 0, est dite paire si, pour tout réel x de D, on a … … … … … … … … … … ….

Propriété - Symétrie de la courbe d'une fonction paire

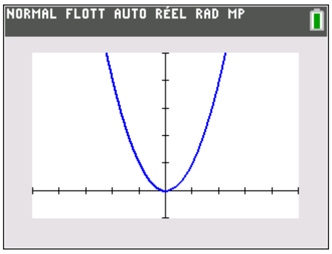
La courbe représentative d'une fonction paire est ……………………………………………………..

Remarque

Si la courbe d'une fonction semble symétrique par rapport à l'axe des ordonnées, on peut conjecturer que ..
…………………………………………………………………………

Exemple

La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$ est paire.
En effet, l'ensemble de définition est symétrique par rapport à 0.
De plus, $f(-x) =$ … … … … … … … … … … … … … … pour tout réel x.



Exercice résolu 3 page 199

Définition - Fonction impaire

Une fonction f, définie sur un ensemble de définition D symétrique par rapport à 0, est dite impaire si, pour tout réel x de D, on a … … … … … … … … … … ….

Propriété - Symétrie de la courbe d'une fonction impaire

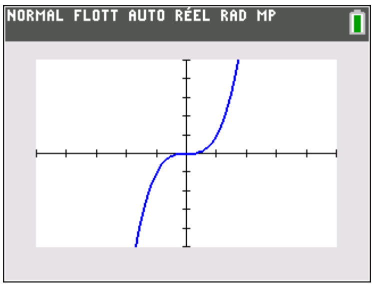
La courbe représentative d'une fonction impaire est …………………………………………………….

Remarque

Si la courbe d'une fonction semble symétrique par rapport à l'origine, on peut conjecturer que ……………..
………………………...

Exemple

La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3$ est impaire.
En effet, l'ensemble de définition est symétrique par rapport à 0.
De plus, $f(-x) =$ …
pour tout réel x.



Exercice résolu 3 page 199

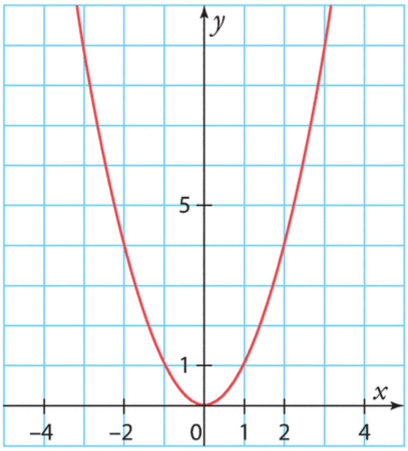
IV. Quelques exemples de fonctions de référence

Une fonction de référence est une fonction simple qui permet l'étude d'une famille plus large de fonctions.

1. Fonction carré

Définition - Fonction carré

La fonction carré est la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par … … … … … ..
Elle associe à chaque nombre réel ……………..



Un tableau de valeurs de la fonction carré est :

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
$f(x)$	9	4	1	0	1	4	9

Sa courbe représentative est tracée dans le repère ci-contre.
Sa courbe fait partie d'une famille de courbes appelées « …………….. ».

Propriété - Parité de la fonction carré

La fonction carré (définie sur $\mathbb{R}$) est ……………...

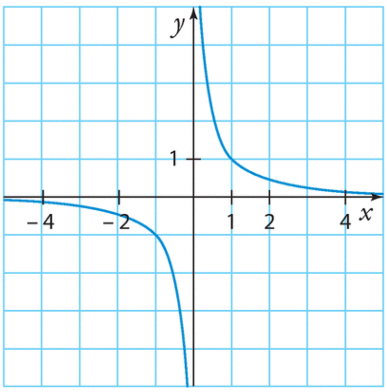
Remarque

La courbe représentative de la fonction carré est ………………………………………………………….., ce que l'on peut observer graphiquement.

2. Fonction inverse

Définition - Fonction inverse

La fonction inverse est la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par … … … … ….
Elle associe à chaque nombre réel non nul son …………………...



Un tableau de valeurs de la fonction inverse est :

x	− 2	− 1	− 0,5	0	0,5	1	2
$f(x)$	− 0,5	− 1	− 2		2	1	0,5

Sa courbe représentative est tracée dans le repère ci-contre.
Sa courbe fait partie d'une famille de courbes appelées « hyperboles ».

Propriété - Parité de la fonction inverse

La fonction inverse (définie sur $\mathbb{R}^*$) est …………………

Remarque

La courbe représentative de la fonction inverse est ……………………………………………., ce que l'on peut observer graphiquement.

3. Fonction affine

Définition - Fonction affine

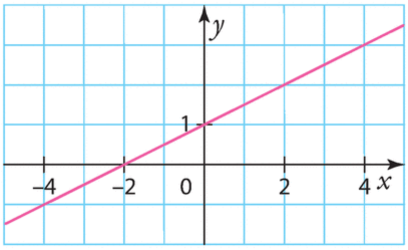
Une fonction affine est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ qui à x associe … … … … … … … … … … … … … … .. (avec m et p réels).

Remarque

Les fonctions affines sont représentées graphiquement par des …………………

Exemple

$f : x \longmapsto 0{,}5x + 1$ est une fonction affine avec $m = 0{,}5$ et $p = 1$.
Sa courbe représentative est tracée dans le repère ci-contre.
L'équation réduite de cette droite est … … … … … … … … … … … … ….



4. Fonction racine carrée

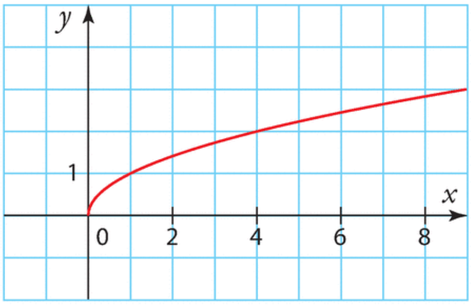
Définition - Fonction racine carrée

La fonction racine carrée est la fonction f définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par … … … … … … …
Elle associe à chaque ……………………………………………………………………..

Un tableau de valeurs de la fonction racine carrée est :

x	0	1	2	3	4	5	9
$f(x)$	0	1	$\sqrt{2} \approx 1{,}41$	$\sqrt{3} \approx 1{,}73$	2	$\sqrt{5} \approx 2{,}24$	3

Sa courbe représentative est tracée dans le repère ci-contre.



5. Fonction cube

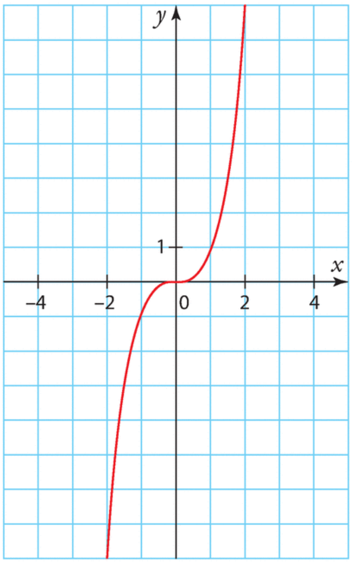
Définition - Fonction cube

La fonction cube est la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par … … … … … … …
Elle associe à chaque nombre réel ………………………

Un tableau de valeurs de la fonction cube est :

x	−2	−1	0	1	2
$f(x)$	−8	−1	0	1	8

Sa courbe représentative est tracée dans le repère ci-contre.



Propriété - Parité de la fonction cube

La fonction cube (définie sur $\mathbb{R}$) est ……………………

Remarque

La courbe représentative de la fonction cube est ……………………………………………….., ce que l'on peut observer graphiquement.

Exercice résolu 4 page 199