

Première Spé	Évaluation de mathématiques n°2 Probabilités (1 h)	30 septembre 2021
--------------	---	-------------------

Calculatrice autorisée

Exercice 1 (Niveau 1)

2 points

Résoudre l'équation suivante :

$$2x^2 - 4x + 1 = 0$$

L'équation $f(x) = 0$ est une équation du second degré.

$$a = 2 ; b = -4 ; c = 1$$

Le discriminant Δ est égal à $b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \times (2) \times 1 = 16 - 8 = 8$.

$\Delta > 0$ donc l'équation admet deux solutions distinctes x_1 et x_2 :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-4) + \sqrt{8}}{2 \times (2)} = \frac{4 + \sqrt{8}}{4} = \frac{4 + 2\sqrt{2}}{4} = \frac{2 + \sqrt{2}}{2}$$

$$\text{et } x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4 - \sqrt{8}}{4} = \frac{2 - \sqrt{2}}{2}$$

Donc $S = \left\{ \frac{2 + \sqrt{2}}{2} ; \frac{2 - \sqrt{2}}{2} \right\}$

Exercice 2 (Niveau 1)

3 points

Deux élèves sont choisis au hasard dans une classe. Dans chaque cas, décrire l'événement contraire de l'événement donné, sans utiliser de négation.

a. « Les deux élèves sont des filles. »

« Les deux élèves sont 2 garçons ou 1 garçon et une fille »

b. « Les deux élèves sont une fille et un garçon. »

« Les deux élèves sont 2 garçons ou deux filles »

c. « Au moins un des deux élèves est un garçon. »

« Aucun des deux élèves est un garçon » ou alors « Les deux élèves sont des filles »

Exercice 3 (Niveau 1)

4 points

On considère une pépinière composée de 720 plants, 80 % des arbres sont des conifères, 60 % des arbres sont âgés de moins de deux ans dont 300 sont des conifères.

Nicolas le jardinier choisit un arbre au hasard et on note C l'événement « Cet arbre est un conifère » et D l'événement « Cet arbre est âgé de moins de deux ans »

1. Donner les probabilités des événements C , D et $C \cap D$.

$$P(C) = 0,8 \quad , \quad P(D) = 0,6 \quad \text{et} \quad P(C \cap D) = \frac{300}{720} = \frac{5}{12}$$

2. En déduire les probabilités des événements $C \cup D$ et $\overline{C \cup D}$.

$$P(C \cap D) + P(C \cup D) = P(C) + P(D)$$

$$\Leftrightarrow P(C \cup D) = P(C) + P(D) - P(C \cap D) = 0,8 + 0,6 - \frac{5}{12} = \frac{59}{60}$$

On en déduit que :

$$P(\overline{C \cup D}) = 1 - P(C \cup D) = 1 - \frac{59}{60} = \frac{1}{60}$$

Exercice 4 (Niveau 2)

3 points

1. Si $P(A \cap B) = 0,2$, $P(A) = 0,7$ et $P(B) = 0,3$ que vaut $P(A \cup B)$?

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,7 + 0,3 - 0,2 = 0,8$$

2. Pourquoi n'est-il pas possible d'avoir à la fois :

$$P(A) = 0,8 \quad , \quad P(B) = 0,6 \quad \text{et} \quad P(A \cap B) = 0,3 \quad ?$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,8 + 0,6 - 0,3 = 1,1 > 1$$

On trouve que

$P(A \cup B) = 1,1 > 1$ ce qui est impossible car une probabilité est toujours inférieure ou égale à 1.

Exercice 5 (Niveau 2-3)

6 points

Dans tout cet exercice, on notera les évènements :

L : « la personne choisie au hasard dans la population porte des lunettes »

V : « la personne choisie au hasard dans la population a les yeux verts ».

1. Dans la population A, 20 % des personnes portent des lunettes, dont 15 % ont les yeux verts. Quelle est la probabilité que la personne choisie ait des yeux verts et porte des lunettes ?

D'après l'énoncé : $P(L) = 0,2$ et $P_L(V) = 0,15$.

On nous demande $P(L \cap V)$.

D'après le cours, $P(L \cap V) = P_L(V) \times P(L) = 0,15 \times 0,2 = 0,03$

2. Dans la population B, 12 % des personnes ont les yeux verts et 5 % portent des lunettes et ont les yeux verts. Si la personne choisie a les yeux verts, quelle est la probabilité qu'elle porte des lunettes ?

D'après l'énoncé : $P(V) = 0,12$ et $P(L \cap V) = 0,05$.

On nous demande $P_V(L)$

D'après le cours, $P_V(L) = \frac{P(L \cap V)}{P(V)} = \frac{0,05}{0,12} = \frac{5}{12}$

3. Dans la population C, 9 % des personnes portent des lunettes et 30 % des personnes ont les yeux verts, parmi lesquelles 24 % portent des lunettes. Si la personne choisie porte des lunettes, quelle est la probabilité qu'elle ait les yeux verts ?

D'après l'énoncé : $P(L) = 0,09$, $P(V) = 0,3$ et $P_V(L) = 0,24$.

On nous demande $P_L(V)$

D'après le cours, $P_L(V) = \frac{P(L \cap V)}{P(L)} = \frac{P_V(L) \times P(L)}{0,09} = \frac{0,24 \times 0,09}{0,09} = \frac{4}{5}$

Exercice 6 (Niveau 1)

2 points

On considère deux évènements A et B tels que $P(A) = 0,3$, $P(B) = 0,6$ et $P(A \cap B) = 0,9$.

Les évènements A et B sont ils indépendants ?

$$P(A) \times P(B) = 0,3 \times 0,6 = 0,18 \neq P(A \cap B)$$

$P(A) \times P(B) \neq P(A \cap B)$ donc A et B ne sont pas indépendants.