Première Spé S3	Évaluation de mathématiques n°3 Probabilités (1h30 mn)	Mardi 28 octobre 2021

Exercice 1 (Niveau 1)

2 points

Soit A et B deux évènements indépendants tels que $P(A) = 0{,}5$ et $P(B) = 0{,}3$.

1. Calculer $P(A \cap B)$.
2. À l'aide de la formule du crible, en déduire $P(A \cup B)$.

Exercice 2 (Niveau 1)

5 points

Pour chaque question, choisir la ou les bonne(s) réponses sans chercher à justifier.

Il sera attribué 1 pt par réponse juste et $-0{,}5$ *par mauvaise réponse et* 0 *sinon.*

Soi A et B deux évènements relatifs à une même expérience aléatoire et tels que $P(A) = 0{,}15$ et $P(B) = 0{,}6$.

1. Si de plus, $P_B(A) = \frac{1}{4}$, alors on peut affirmer que :

a) A et B sont indépendants	***b)*** $P(A \cap B) = 0{,}15$	***c)*** $P_A(B) = 1$	***d)*** $P(A \cap B) = 0{,}9$

2. Si de plus, $P(A \cup B) = 1$, alors on peut affirmer que :

a) A et B sont indépendants	***b)*** $\{A, B\}$ est une partition de l'univers	***c)*** $P(A) + P(B) = 1$	***d)*** Cette situation est impossible

3. Si de plus, A et B sont indépendants, alors on peut affirmer que :

a) $P_A(B) = \frac{3}{5}$	***b)*** $P(A \cap B) = 0$	***c)*** $P(A \cap B) = \frac{3}{4}$	***d)*** $P(A \cap \bar{B}) = \frac{3}{50}$

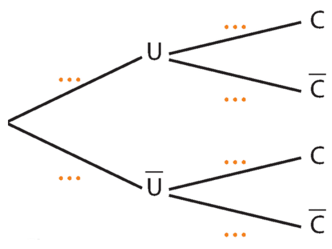
Exercice 3 (Niveau 1)

4 points

Émilie a une entreprise de plomberie.
75 % de ses interventions sont programmées, le reste est « en urgence ». Pour les interventions programmées, elle utilise son chalumeau 85 % du temps contre 90 % pour les interventions d'urgence.
Émilie part chez un client, on considère les événements :

- U : « L'intervention est en urgence. »
- C : « Émilie va devoir utiliser son chalumeau. »

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-contre représentant la situation.
2. Calculer $P(U \cap C)$ et $P(\overline{U} \cap C)$.
3. Déterminer la probabilité qu'Émilie doive utiliser son chalumeau pour cette intervention.



Exercice 4 (Niveau 2)

4 points

Léna prend tous les jours son petit-déjeuner sur sa terrasse ou dans sa cuisine. Lorsque le temps est ensoleillé, Léna prend son petit-déjeuner sur sa terrasse neuf fois sur dix. Sinon, elle le prend dans sa cuisine quatre fois sur cinq.
Dans la région où vit Léna, le temps est ensoleillé deux jours sur trois en moyenne.

1. Quelle est la probabilité qu'un jour donné soit non ensoleillé et que, ce jour-là, Léna prenne son petit-déjeuner sur sa terrasse ?

2. Quelle est la probabilité qu'un jour donné Léna prenne son petit-déjeuner sur sa terrasse ?

Exercice 5 (Niveau 2-3)

4 points

Pour un test de dépistage d'une maladie, on appelle *sensibilité* du test la probabilité que le test soit positif sachant qu'il a été effectué sur une personne malade et *spécificité* du test la probabilité qu'il soit négatif sachant quil a été effectué sur une personne saine.
On choisit au hasard une personne d'une population à risque concernant la maladie considérée, qui a subi un tel test.
On note respectivement M et T les événements :

- M : « Cette personne est malade » ;
- T : « Cette personne a eu un test positif »

1. Calculer P(T) dans les deux cas suivants :

a. un quart de la population considérée est malade et les *sensibilité* et *spécificité* du test de la personne choisie sont respectivement égales à 0,9 et 0,8 ;

b. dans la population considérée, trois personnes sur cinq sont malades et les *sensibilité* et *spécificité* du test de la personne choisie sont respectivement égales à 0,8 et 0,9.

2. Dans lequel des deux cas précédents est-il plus probable que le résultat du test corresponde à l'état (malade ou non) de la personne testée ?

3. On appelle *valeur prédictive positive* du test (VPP) la probabilité qu'une personne ayant un test positif soit malade et *valeur prédictive négative* du test (VPN) la probabilité qu'une personne ayant un test négatif ne soit pas malade.
Comparer les VPP et VPN des tests considérés dans chacun des cas de la question ***1.*** .

Exercice 6 (Niveau 3)

1+1 point

Dans cet exercice, on considère deux événements indépendants A et B.

1. Montrer que $P\left(\overline{A} \cap B\right) = P(B) - P(A \cap B)$.

2. En déduire que $P\left(\overline{A} \cap B\right) = P\left(\overline{A}\right) \times P(B)$

3. Que peut-on en déduire pour les événements $\overline{A}$ et B ?

En déduire que A et $\overline{B}$ ainsi que $\overline{A}$ et $\overline{B}$ sont indépendants.