Première Spé S3	Évaluation de mathématiques n°4 Dérivées - variations (1h45 mn)	Jeudi 2 décembre 2021

Exercice 1

4 points

Calculer les fonctions dérivées des fonctions suivantes :

$$a)\ f(x) = 3x - 2 \qquad b)\ g(x) = 3x^3 + 2x^2 - 5 \qquad c)\ h(x) = \frac{x^2+1}{x^3+3}$$

Exercice 2

10 points

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + 8x^2 + 5x + 2$ et C_f sa courbe représentative dans un repère.

1) Calculer la fonction dérivée de f puis étudier son signe.
2) En déduire les variation de f puis dresser son tableau de variation.
3) Montrer que la fonction f admet deux extremum dont vous donnerez la valeur exacte.
4) Expliquer pourquoi l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution puis donner une valeur approchée à 10^{-3} près de cette solution.
5) Déterminer l'équation de la tangente à C_f au point d'abscisse $x = 0$.
6) Résoudre l'inéquation $f(x) > 5x + 2$.
   Quelle interprétation graphique peut-on faire de ce résultat.

Exercice 3

5 points

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R} - \left\{\frac{2}{3}\right\}$ par $g(x) = \frac{x+8}{2-3x}$ et C_g sa courbe représentative dans un repère.

1) Justifier que la fonction g est bien définie sur $\mathbb{R} - \left\{\frac{2}{3}\right\}$.
2) Montrer que $g'(x) = \frac{26}{(2-3x)^2}$ et en déduire son signe.
3) Dresser le tableau de variation de g.
4) La fonction g admet-elle des extremums ? (justifier)

1+2 points

Exercice 4 - Tout résultat donné sans justification ne sera pas pris en compte

Une météorologue envoie à 7h00 du matin un ballon sonde auquel sont attachés des instruments de mesures. Ce ballon va monter et, tout en montant il va gonfler, jusqu'à une altitude maximum où il explosera et retombera progressivement au sol freiné par un petit parachute.

L'altitude, exprimée en km, de ce ballon sonde en fonction du temps, exprimé en heures, est modélisé par la fonction *h* définie sur [0 ; 1,7] par *h* : $x \mapsto -12x^3 + 36x$.

À quelle heure atteindra-t-il son altitude maximum ?

Et quelle est cette altitude maximum ?