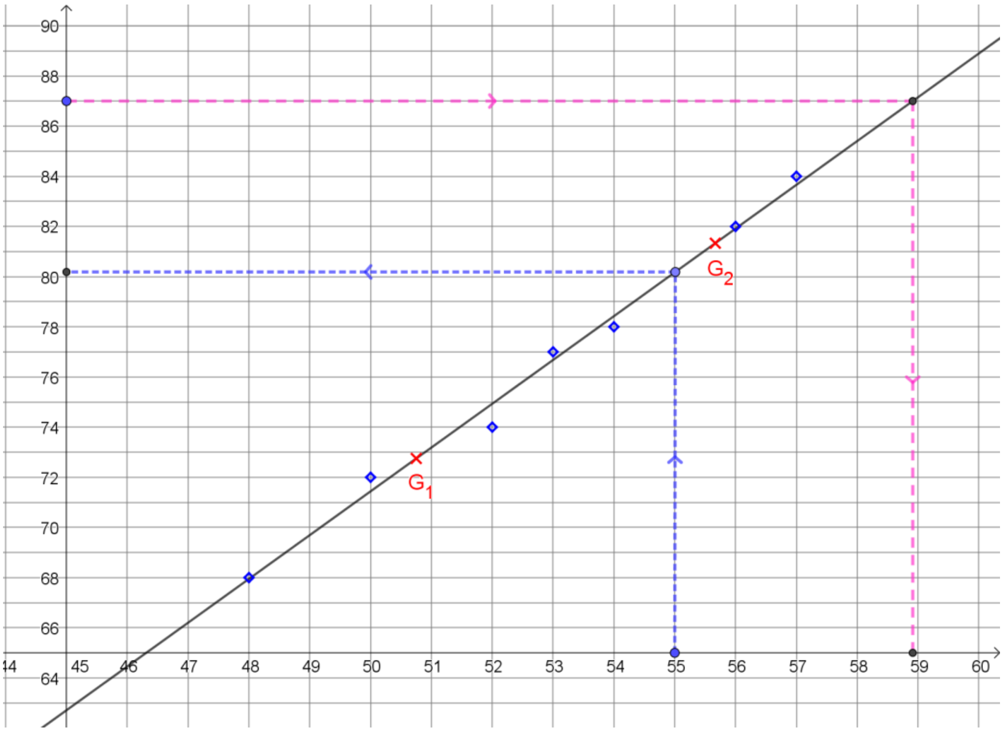
Exercice 1

Dans un hypermarché, chaque semaine de l'année, on a relevé la recette du lundi et du samedi, en milliers d'euros. Un échantillon de sept semaines a donné les résultats suivants.

Semaine n° i	Recette du lundi, x_i	Recette du samedi, y_i
1	57	84
2	50	72
3	52	74
4	53	77
5	48	68
6	56	82
7	54	78

1. ***a)*** Représenter le nuage de points de la série statistique à deux variables x et y dans le repère ci-dessous.



b) Indiquer pourquoi un ajustement affine apparaît envisageable.

Le nuage de points à une forme suffisamment alignée pour envisager un ajustement affine.

c) On choisit d'ajuster le nuage par la droite passant par les points G_1 et G_2 où G_1 est le point moyen des quatre premiers points du nuage (dans l'ordre croissant des abscisses) et G_2 celui des 3 derniers. Déterminer les coordonnées des points G_1 et G_2 puis tracer la droite (G_1G_2).

$G_1(\overline{x_1}\,;\,\overline{y_1})$ avec $\overline{x_1} = \frac{48+50+52+53}{4} = 50{,}75$ et $\overline{y_1} = \frac{68+72+74+77}{4} = 72{,}75$.

$G_2(\overline{x_2}\,;\,\overline{y_2})$ avec $\overline{x_2} = \frac{54+56+57}{3} \approx 55{,}7$ et $\overline{y_2} = \frac{78+82+84}{3} \approx 81{,}3$

2. En utilisant cette droite, estimer graphiquement :

a) La recette du samedi, pour une recette du lundi qui s'élèverait à 55 milliers d'euros une semaine donnée ;

D'après le graphique, la recette du samedi est d'environ 80 milliers d'euros.

b) La recette du lundi, pour une recette du samedi qui s'élèverait à 87 milliers d'euros une semaine donnée.

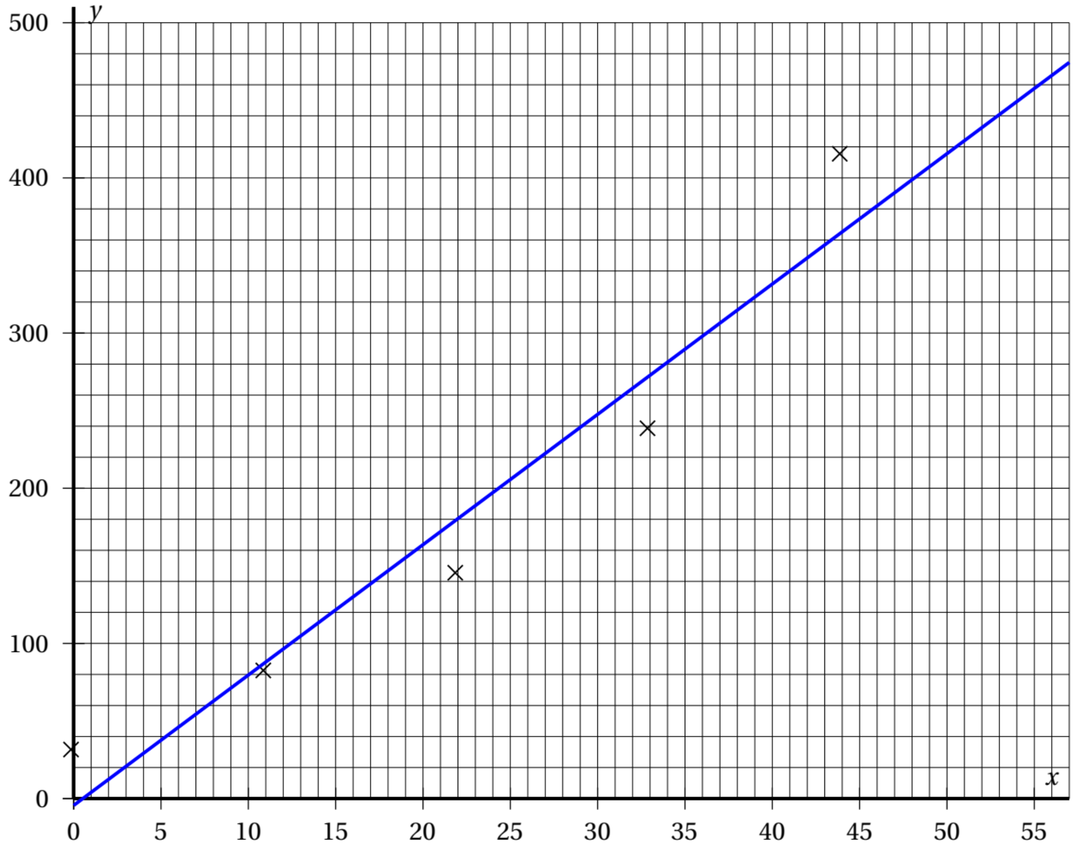
D'après le graphique, la recette du lundi est d'environ 59 milliers d'euros.

Exercice 1 (10 points)

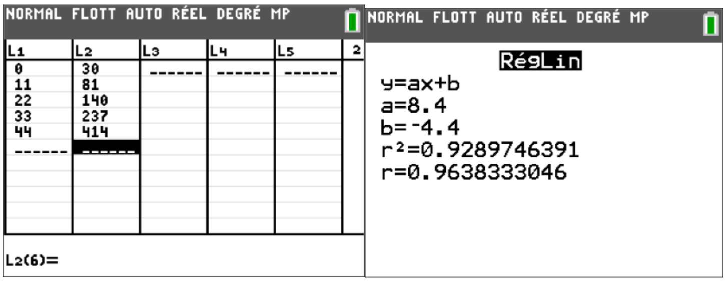
Le tableau ci-dessous donne le nombre de catastrophes naturelles dans le monde en 1955, 1966, 1977, 1988 et 1999 :

Année	1955	1966	1977	1988	1999
Rang de l'année x_i	0	11	22	33	44
Nombre de catastrophes naturelles y_i	30	81	140	237	414
Source : https://www.notre-planete.info					

1. Dans le repère fourni ci dessous, représenter le nuage de points $M_i(x_i; y_i)$ associé au tableau précédent.



2. Donner, sans justifier, le coefficient de corrélation linéaire r de la série statistique $(x_i\,; y_i)$. Arrondir à 0,001 près.
Expliquer pourquoi ce résultat permet d'envisager un ajustement affine.
On trouve $r \approx 0{,}964$. r est proche de 1 donc un ajustement affine est justifié.



3. (a) À l'aide de votre calculatrice, déterminer une équation de la droite d'ajustement de y en x par la méthode des moindres carrés.

À l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement de y en x par la méthode des moindres carrés est $y = 8{,}4x - 4{,}4$.

(b) Tracer cette droite sur le graphique fourni ci-dessous.

Pour tracer cette droite, déterminons deux points lui appartenant.

- Si $x = 5$ alors $y = 8{,}4 \times 5 - 4{,}4 = 37{,}6$ donc le point $(5\,;37{,}6)$ appartient à la droite.
- Si $x = 50$ alors $y = 8{,}4 \times 50 - 4{,}4 = 415{,}6$ donc le point $(50\,;415{,}6)$ appartient à la droite.

(c) En se servant de cet ajustement, estimer le nombre de catastrophes naturelles ayant eu lieu en 1990.

En 1990, le rang de l'année est 35. Remplaçons dans l'équation de la droite x par 35. Nous obtenons alors $y = 8{,}4 \times 35 - 4{,}4$ soit $y = 289{,}6$

Selon ce modèle, nous pouvons estimer à 290 le nombre de catastrophes naturelles survenues en 1990.

(d) En supposant que cet ajustement reste valable, quelle prévision peut-on faire pour l'année 2018.

En 2018, le rang de l'année est 63. Remplaçons dans l'équation de la droite x par 63. Nous obtenons alors $y = 8{,}4 \times 63 - 4{,}4$ soit $y = 524{,}8$

Selon ce modèle, nous pouvons estimer à 525 le nombre de catastrophes naturelles en 2018.

4. De 1999 à 2000 on a enregistré une augmentation de 27 % du nombre de catastrophes naturelles. Combien de catastrophes naturelles l'année 2000 a-t-elle comptées ?

À une augmentation de 27 % correspond un coefficient multiplicateur de $1 + \frac{27}{100}$ soit 1,27.

$414 \times 1{,}27 = 526.78$, nous pouvons considérer qu'en 2000 il y a eu 527 catastrophes naturelles.

5. De 2000 à 2016, le nombre de catastrophes naturelles a diminué de 43,5 %.
Montrer que le taux d'évolution annuel moyen sur cette période est d'environ $-3{,}5$ %.

En appelant t_m le taux moyen, le coefficient multiplicateur global est $(1 + t_m)^{16}$ puisque le nombre de catastrophes naturelles a subi 16 évolutions durant cette période.

$\mathrm{CM}_{\mathrm{Global}} = (1 + t_m)^{16} = \left(1 - \frac{3{,}5}{100}\right)^{16} = 0{,}965^{16} \approx 0{,}5655$ par conséquent

$$T_{Global} = 1 - 0{,}5655 = 0{,}4355 = 43{,}55\ \%$$

Donc, le taux d'évolution annuel moyen sur cette période est bien d'environ $-3{,}5$ %.