

Suites arithmétiques

1 * On considère la suite (u_n) de nombres :
3 10 17 24 31 38 45 52 59 66 .

On note u_0 le premier terme. Ainsi $u_0 = 3$.

- a) Compléter : $u_{\dots} = 31$; $u_7 = \dots$; $59 = \dots$
 b) Indiquer le 4^e terme de la suite.
 c) Si $n = 7$, indiquer u_{n-1} .
 d) Quel est l'indice du terme qui précède 45 ?

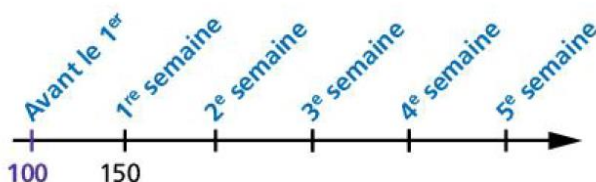
2 * On considère le procédé de calcul suivant :

Prendre le nombre 100 et le noter A.
 Calculer $A + 10$ et le noter B.
 Calculer 12 % de 100 et le noter C.
 Calculer $B + C$ et le noter U.

- a) Quel est le nombre obtenu à la fin du procédé ?
 b) Recommencer le procédé en prenant le nombre 450 au départ.
 c) Écrire une formule pour obtenir U en un seul calcul en utilisant A.

3 * Célian ouvre un compte non rémunéré. Il a 100 € sur ce compte avant le lundi 1^{er} janvier. Il décide d'ajouter 50 € sur ce compte, chaque fin de semaine.

- a) Compléter l'axe des temps ci-dessous, en indiquant le montant du compte en fin de semaine pour les 5 premières semaines.



- b) Calculer le montant du compte à la fin de la 8^e semaine.
 c) Établir un procédé pour calculer le montant du compte la semaine $n+1$ connaissant son montant la semaine n .
 d) Modéliser le montant du compte par une suite.

4 * Le nombre de véhicules du parc automobile d'une PME est de 120 véhicules. Chaque fin d'année, cette PME achète 22 véhicules et en revend 8 .



On note u_n le nombre de véhicules à la fin de chaque année n . On pose $u_0 = 120$.

Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

1. a) Le troisième terme de la suite est u_3 .
 b) Le terme qui suit u_{n-1} est u_n .
 c) Pour tout entier n , on a $u_{n+1} = u_n + 14$.

2. a) La formule de récurrence de la suite (u_n) est :

$$u_{n+1} = u_n + 14 .$$

- b) On a , pour tout entier n : $u_n = 120 + 22n - 8$.
 c) $u_6 = 204$.

5 * Un conteneur à ordures contient 23 kg de déchets. Chaque jour, on ajoute 7 kg supplémentaires. On note u_n le nombre de kg de déchets contenus dans le conteneur le jour n . On pose $u_0 = 23$.

- a) Pourquoi la suite (u_n) est-elle arithmétique ? Indiquer sa raison. Exprimer u_n en fonction de n .
 b) Calculer les termes u_{10} et u_{30} .
 c) On doit faire appel à la déchèterie lorsque le conteneur contient plus de 500 kg d'ordures. Déterminer le jour n où il faudra appeler la déchèterie.

6 * Une entreprise espère que le nombre de ses clients va évoluer selon une suite arithmétique. On connaît le nombre de clients pour trois années consécutives.

Année	2012	2013	2014	2017
Rang de l'année n	1	2	3	?
Nombre de clients u_n	1 346	1 448	1 550	?

- a) Déterminer la raison de cette suite arithmétique.
 b) Exprimer u_n en fonction de n .
 c) Calculer le nombre de clients prévu en 2017 suivant ce modèle.

7 * Mme Raji effectue un placement de 48 500 € à intérêts simples au taux annuel de 3,5 % .

- a) Déterminer le montant des intérêts acquis au bout de 10 ans.
 b) En déduire le capital acquis au bout de 10 ans.



8 * M. Salt a placé 12 000 € à intérêts simples au taux annuel de 7,5 % et obtient 21 000 € . Déterminer le nombre d'années de placement. On pourra vérifier en reprenant une feuille de calcul.

9 * Noémie place 10 000 € durant 6 ans à intérêts simples. Son capital acquis est de 14 800 € . Déterminer le taux de placement de ce capital.

10 ** Déterminer le nombre d'années de placement à intérêts simples, au taux annuel de 5 % , pour qu'un capital C double.

11 ** Nourdine place un capital C à intérêts simples au taux annuel de 3 % . Son capital augmente de 60 % au bout de n années. Déterminer le nombre d'années de placement.

12 * Mathis a 3 500 € sur un compte non rémunéré au début du mois de janvier. Chaque mois, il prélève le même montant, soit 6 % de ce capital, pour ses besoins personnels. On note c_n le capital restant sur

ce compte à la fin du mois n . Ainsi $c_0 = 3\,500$.

- Calculer le montant du prélèvement mensuel constant. Calculer c_1 .
- Établir la formule entre c_{n+1} et c_n .
En déduire la formule donnant c_n en fonction de n .
- Calculer c_{17} . Commenter le résultat obtenu.

13 ** Dans la société STRO, en 2015, le chiffre d'affaires est de 135 000 € et le total des charges de 69 000 €.

Pour les années à venir, on prévoit chaque année, une augmentation du chiffre d'affaires de 12 000 € et une augmentation des charges de 16 000 €.

On note b_n le bénéfice pour l'année 2015 + n .

1. On désire faire les calculs dans une feuille de calcul sur tableur, comme ci-dessous :

	A	B	C	D	E
1	Société STRO				
2	Année	Rang n	CA	Charges	Bénéfice b_n
3	2015	0	135000	69000	
4	2016	1			
5	2017	2			

- Indiquer la formule à saisir en E3 pour calculer b_0 .
- Indiquer les formules à saisir en cellules C4, D4 et E4 pour obtenir le chiffre d'affaires, les charges et le bénéfice annuels, par recopie vers le bas.

2. a) Calculer b_0 .

b) Établir une formule donnant b_{n+1} en fonction de b_n .

c) Exprimer b_n en fonction de n . En déduire le bénéfice de la société STRO prévu en 2030.

3. a) Résoudre l'inéquation $b_n < 0$, où n est un entier naturel.

b) Vérifier le résultat obtenu sur le tableur et interpréter le résultat obtenu.

14 ** Le directeur d'une entreprise de bâtiment étudie sa clientèle. D'après ses chiffres, il estime que le nombre de ses clients évolue selon une suite arithmétique.

On connaît la clientèle en 2010 et en 2015 :

Année	2010	2013	2015	2010 + n
Rang n	0	?	5	n
Clientèle c_n	595	?	510	?

- Déterminer et interpréter la raison de cette suite.
- Interpoler le nombre de clients en 2013. On mettra en valeur la méthode utilisée.
- Indiquer une formule donnant la clientèle c_n en fonction du rang n de l'année 2010 + n .
- Le directeur envisage de déposer le bilan quand la clientèle deviendra inférieure à 400 clients. Déterminer l'année où cela se passera, si l'évolution se maintient. On indiquera la méthode utilisée.



15 ** Sur une chaîne de montage, la production horaire de bouteilles se modélise par une suite arithmétique (u_n) de raison $r = 25$ et de premier terme $u_1 = 420$ pour la 1^{re} heure de fabrication.

1. On calcule la production la 12^e heure à l'aide de l'algorithme suivant :

1	Variables :	N entier naturel, U réel
2	Initialisation :	U prend la valeur 420
3	Traitement :	Pour N allant de 2 à 12
4		U prend la valeur ...
5		Fin de la boucle Pour
6	Sortie :	Afficher U

a) Quelle est l'instruction à mettre en ligne 4 pour calculer le terme de la suite (u_n) au rang n ?

b) En utilisant la calculatrice, s'il y a lieu, déterminer la valeur en sortie de cet algorithme.

2. La production est de 500 bouteilles la 1^{re} heure, puis elle diminue de 36 bouteilles par heure, avant l'arrêt de la production.

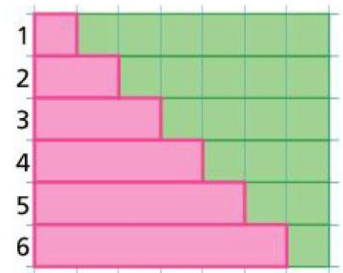
a) Adapter l'algorithme à cette situation.

b) Déterminer la valeur affichée en sortie.

On modélisera avec soin la nouvelle suite.

16 * On désire calculer la somme des premiers entiers $S = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6$.

Pour cela, on visualise cette somme sous forme du triangle rose. On complète la figure par un autre triangle vert.



a) Faire le lien entre ces deux triangles et

le rectangle total de dimensions 6 et 7.

b) Extrapoler cette visualisation pour calculer la somme des 100 premiers entiers :

$$S_{100} = 1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100.$$

c) Trouver une formule pour calculer la somme

$$S_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n \text{ en fonction de } n.$$



17 ** On veut programmer la somme de n termes consécutifs d'une suite arithmétique à l'aide d'un algorithme.

1	Variables :	N et K entiers, R, U et S réels
2	Initialisation :	S prend la valeur 0
3		Saisir l'entier N
4		Saisir le 1 ^{er} terme U
5		Saisir la raison R
6	Traitement :	Pour K allant de 1 à N
7		S prend la valeur S + U
8		U prend la valeur U + R
9		Fin de la boucle Pour
10	Sortie :	Afficher S