Première Spé	Évaluation de mathématiques n°3 Les droites (40 mn)	22 septembre 2022

Calculatrice autorisée

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $-x^2+4x+1>0$ (4 points)

L'inéquation $-x^2+4x+1>0$ est une inéquation du second degré.

$$a=-1 \quad ; \quad b=4 \quad ; \quad c=1$$

Le discriminant Δ est égal à $b^2-4ac=(4)^2-4\times(-1)\times 1=20$.

$\Delta>0$ donc l'équation admet deux racines distinctes x_1 et x_2 :

$$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-4+\sqrt{20}}{-2}=\frac{-4+2\sqrt{5}}{-2}=2-\sqrt{5}$$

$$\text{et } x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-4-\sqrt{20}}{-2}=\frac{-4-2\sqrt{5}}{-2}=2+\sqrt{5}$$

Comme $a=-1<0$ on obtient le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		$2-\sqrt{(5)}$		$2+\sqrt{(5)}$		$+\infty$
$-x^2+4x+1$		$-$	0	$+$	0	$-$	

On peut donc en déduire que $-x^2+4x+1>0 \iff x\in\left]2-\sqrt{5}\,;\,2+\sqrt{5}\right[$.

2. Déterminer l'équation réduite de la droite passant par les points $A(2\,;3)$ et $B(-1\,;4)$. (4 points)

L'équation réduite de (AB)est de la forme $y=mx+p$ avec $m=\frac{y_A-y_B}{x_A-x_B}=\frac{3-4}{2-(-1)}=-\frac{1}{3}$

Donc (AB) : $y=-\frac{1}{3}x+p$

$$A(2\,;3)\in(AB) \iff 3=-\frac{1}{3}\times 2+p \iff p=3+\frac{2}{3}=\frac{11}{3}$$

Finalement, la droite (AB) admet pour équation réduite $y=-\frac{1}{3}x+\frac{11}{3}$.

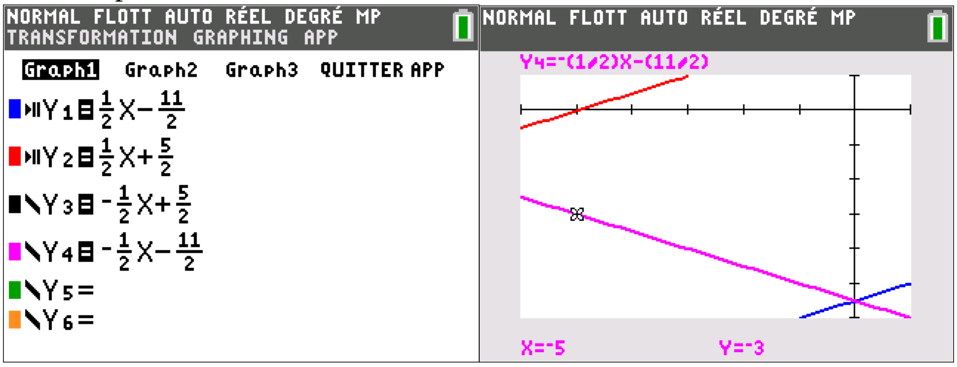
3. Entourer l'unique bonne réponse sans justifier. (4 points)

		A	B	C	D
1	La droite (AB) avec A(6 ; 4) et B(−2 ; 1) a pour coefficient directeur …	−0,375	$\frac{8}{3}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{5}{4}$
2	La droite (CD) avec C(−5 ; −3) et D(−1 ; −5) a pour équation …	$y=\frac{1}{2}x-\frac{11}{2}$	$y=\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$	$y=-\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$	$y=-\frac{1}{2}x-\frac{11}{2}$
3	d est la droite d'équation $y=2x-1$. La droite parallèle à d passant par A(2 ; −6) a pour équation …	$y=x-8$	$y=-10+2x$	$y=2x$	$y=2x-6$
4	L'intersection des droites $d_1 : y=2x-5$ et $d_2 : y=-3x+5$ est le point …	A(0 ; 5)	B(2 ; −1)	C(0 ; −5)	D(−1 ; 2)

Question 1 : $A(6\,;4)$ et $B(-2\,;1)$ donc le coefficient directeur de (AB) est $\frac{1-4}{-2-6}=\frac{-3}{-8}=\frac{3}{8}$.

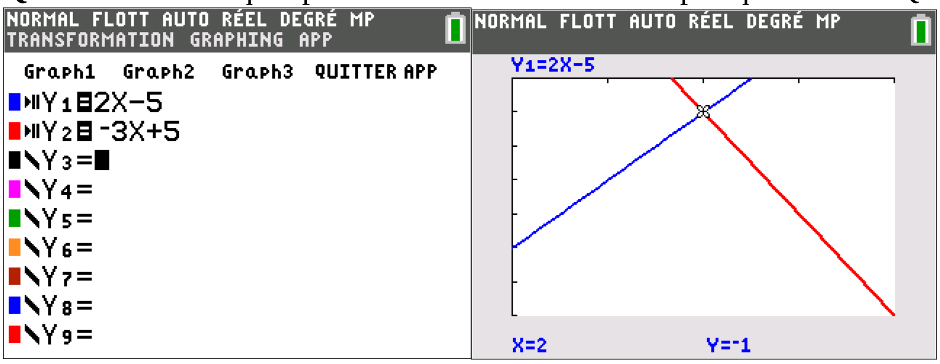
Question 2 : $C(-5\,;-3)$ et $D(-1\,;-5)$ donc le coefficient directeur de (CD) est $\frac{-5-(-3)}{-1-(-5)} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$.
Le point $C(-5\,;-3) \in (CD)$ donc
$y_C = -\frac{1}{2} \times x_C + p \iff -3 = -\frac{1}{2} \times (-5) + p \iff -3 - \frac{5}{2} = p \iff p = -\frac{11}{2}$.
Finalement (CD) : $y = -\frac{1}{2}x - \frac{11}{2}$.

Pour les plus malins ☺ !!!



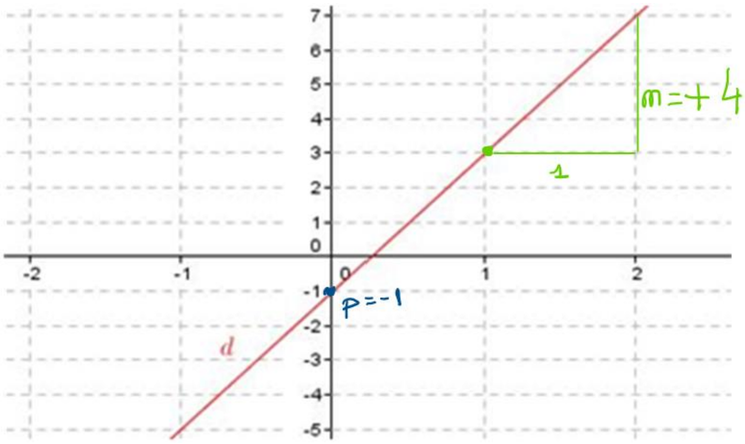
Question 3 : La droite cherchée que nous appellerons d' est parallèle à d. Elle admet donc le même coefficient directeur que celui de d c'est-à-dire 2. Donc $d' : y = 2x + p$.
De plus d' passe par $A(2\,;\,-6)$ donc $-6 = 2 \times 2 + p$ soit $p = -10$.
Finalement $d' : y = 2x - 10$ qui peut s'écrire également $y = -10 + 2x$.

Question 4 : Pourquoi pas à l'aide de la calculatrice puisque c'est un QCM !



4. Sur la figure ci-dessous, déterminer l'équation réduite de d. (2 points)

Par lecture graphique : $p = -1$ et $m = 4$ donc
d admet pour équation réduite $y = 4x - 1$



5. Résoudre le système suivant : $\begin{cases} -7x + 12y & = & -48 \\ -x - 6y & = & -30 \end{cases}$ (4 points)

$$\begin{cases} -7x + 12y & = & -48 & L_1 \\ -x - 6y & = & -30 & L_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -7x + 12y & = & -48 & L_1 \leftarrow L_1 \\ 7x + 42y & = & 210 & L_2 \leftarrow -7L_2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -7x + 12y & = & -48 & L_1 \leftarrow L_1 \\ 54y & = & 162 & L_2 \leftarrow L_1 + L_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ -7x + 12 \times 3 = -48 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ -7x = -84 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 3 \end{cases}$$

Le système admet donc un unique couple solution qui est $(12\,;3)$.

6. Calculer le taux de variation de la fonction $f : x \longmapsto x^2 - 3x + 2$ entre 4 et 7 ? (2 points)

Le taux de variation de f entre 4 et 7 est égal à $\frac{f(7)-f(4)}{7-4}$.

$f(7) = 7^2 - 3 \times 7 + 2 = 49 - 21 + 2 = 30$

$f(4) = 4^2 - 3 \times 4 + 2 = 16 - 12 + 2 = 6$

Donc $\dfrac{f(7) - f(4)}{7 - 4} = \dfrac{30 - 6}{3} = \dfrac{24}{3} = 8$

Le taux de variation de f entre 4 et 7 est donc égal à 8.