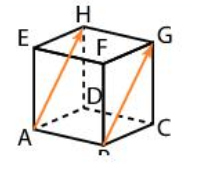
**Vecteurs, droites et plans de l’espace**

1. **Les vecteurs de l'espace**

**Définition - Vecteurs**

Soient et deux points de l'espace, la transformation qui à tout point de l'espace associe l'unique point tel que soit un parallélogramme s'appelle **……………………………**.

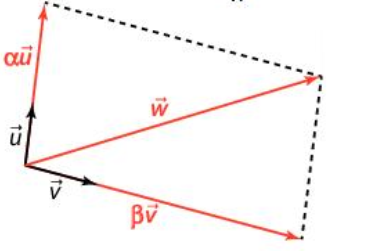
Comme, dans le plan, les vecteurs et sont égaux et on dit également qu’ils sont deux **………………………………….** d'un vecteur unique noté .



**Exemple**

Dans le cube , les vecteurs et sont égaux car

………………………………………..

**Propriété - Combinaison linéaire**

Étant donné trois vecteurs , et  de l'espace non ………………….

On dit que est une combinaison linéaire des vecteurs et s’il existe ………………………………………….

**Remarques**

➀ On dit aussi que les trois vecteurs sont ………………………

➁ Dans le cas où on dit que les vecteurs et   sont …………………..

**Définition - Droite de l'espace**

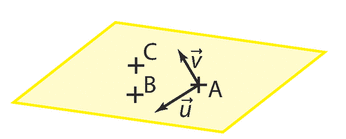
Une droite de l'espace est définie :

• soit par ………………………………………..,

• soit par ………………………………………….

**Propriété - Caractérisation d'une droite de l'espace**

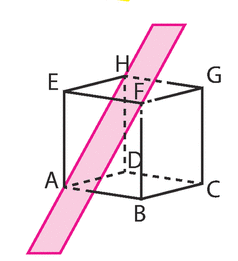
La droite passant par le point et de vecteur directeur est l'ensemble des points de l’espace tels que ……………………………………………...

**Définition - Plan de l'espace**

Un plan de l’espace est défini :

• soit par …………………………………………………..

• soit par …………………………………………………...



**Exemple**

Dans le cube , le plan est déterminé par les trois points ou bien par le point et les vecteurs ………………………………………

**Propriété - Caractérisation d'un plan de l'espace**

Le plan défini par le point et les vecteurs non colinéaires et  est l'ensemble des points tels que ………………………………………………

………………………………………………………………………………..

**Exemple**

Dans le cube et le plan , le point appartient à ce plan car le vecteur s'écrit comme une combinaison linéaire de

1. **Positions relatives de droites et de plans dans l’espace**

**Propriété – Positions relatives de deux droites**

Deux droites de l’espace sont soit …………….(c’est-à-dire incluses dans ………………………) soit ……………………………….

|  |  |
| --- | --- |
| et sont …………………………………………………………………..  ………………………………………………………………………………. | *et* sont ………. |

**Exemple**

Dans le cube les droites et …………………………………...

**Propriété - Positions relatives d'une droite et d'un plan**

Soit une droite et un plan.

II existe trois configurations pour les positions relatives de et de .

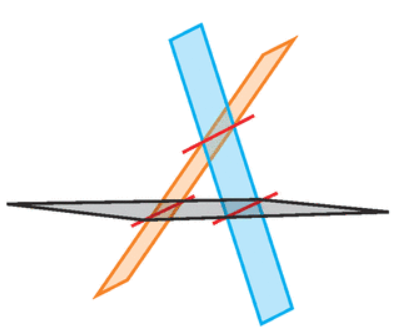
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ① | ② | ③ |

**Propriété - Positions relatives de deux plans**

Soit et ' deux plans.

Il existe trois configurations pour les positions relatives de et de.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ①  ………………………. | ② | ③ |

**Théorème - Théorème du toit**

Si deux plans et contiennent respectivement deux droites et parallèles entre elles alors ……………………………………

……………………………………………………………………..

**Propriétés - Parallélisme de droites et de plans**

① Une droite est strictement parallèle à un plan si et seulement si ………………………………………………………………………………….

② Deux plans sont parallèles si et seulement si ………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………...

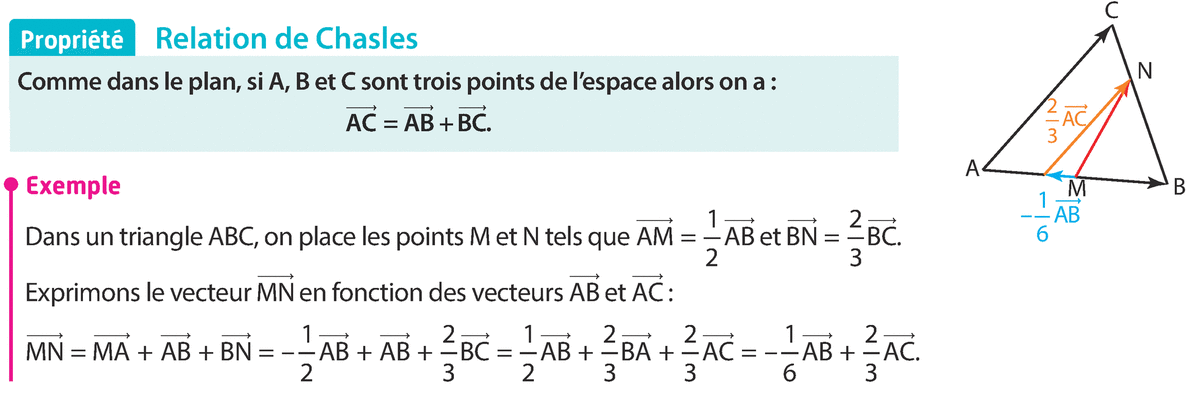
③ Si une droite est parallèle à un plan alors tout plan contenant cette droite et sécant au plan, ……

………………………………………………………………………………………………………...

1. **Décomposition de vecteurs dans l'espace**

**Propriété - Relation de Chasles**

Comme dans le plan, si A, B et C sont trois points de l’espace alors on a :

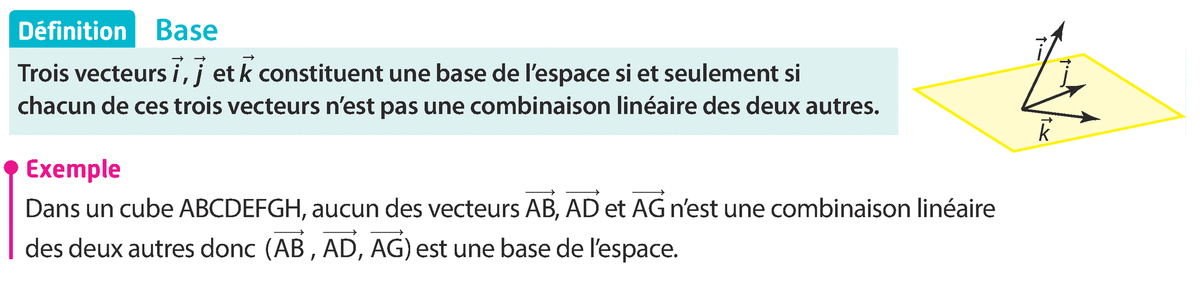


**Exemple**

Dans un triangle , on place les points et tels que et .

Exprimons le vecteur en fonction des vecteurs et :

…………………………………………………………………………………..



**Définition - Base**

Trois vecteurs , et constituent une base de l'espace si et seulement si …………………………………………………………………………………...

**Exemple**

Dans un cube , aucun des vecteurs , et n'est une combinaison linéaire des deux autres donc est une base de l'espace.

**Propriété - Décomposition d'un vecteur dans une base**

Soit une base de l'espace, tout vecteur peut décrire comme une combinaison linéaire unique des vecteurs , et et on a :

Et on dit que dans la base .

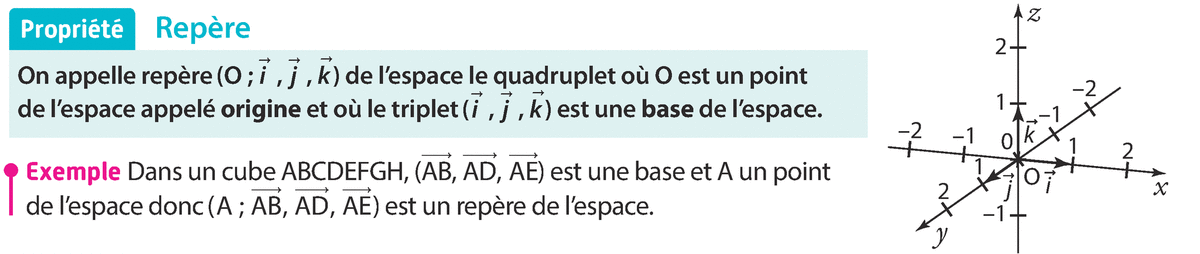
**Démonstration**

……

**Exemple**

Dans le cube muni de la base , on peut décomposer les vecteurs ainsi :

et 

1. **Repérage dans l'espace**

**Propriété - Repère**

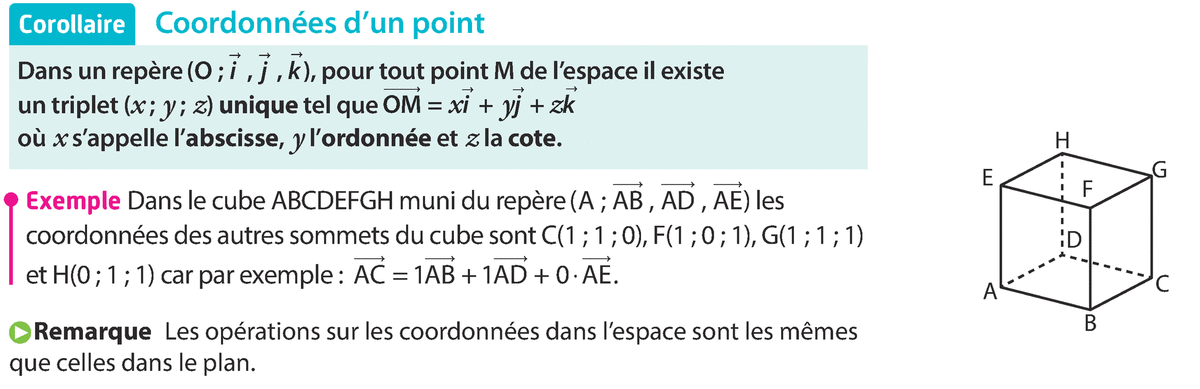
On appelle repère de l’espace le quadruplet où est un point de l’espace appelé origine et où le triplet est une base de l'espace.

**Exemple**

Dans un cube , est une ……………………………………… donc est un ……………………………..

**Corollaire - Coordonnées d'un point**

Dans un repère , pour tout point de l'espace il existe un triplet unique tel que où s'appelle ………………., …………………. et la ……..



**Exemple**

Dans le cube muni du repère les coordonnées des autres sommets du cube sont car par exemple :

**Remarque**

Les opérations sur les coordonnées dans l'espace sont les mêmes que celles dans le plan.

**Propriété - Coordonnées d'un vecteur**

Comme dans le plan si et alors .

**Exemple**

Dans le cube muni du repère on a les coordonnées des vecteurs et

**Propriété - Représentation paramétrique d'une droite**

Dans un repère , la droite passant par le point et de vecteur directeur admet comme représentation paramétrique le système

**Démonstration**

**Remarque**

On peut trouver une autre représentation paramétrique de la même droite en changeant de point et/ou en prenant un autre vecteur directeur colinéaire au précédent.

**Exemple**

Une représentation paramétrique de la droite de l'espace passant par le point et de vecteur directeur est