

**DEVOIR DE MATHÉMATIQUES n°1**

Durée : 2h00

La *qualité de la rédaction*, la *clarté* et la *précision des raisonnements* constituent un objectif majeur pour les épreuves écrites de mathématiques et entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

***Sauf précision contraire, un commentaire rédigé en français devra justifier toute formule, tout calcul, tout tableau.***

***L'usage des calculatrices est AUTORISÉ.***

Exercice 1 (5 points)

Jérémy vend des pots de miel ou de confiture d'Ariège, soit un total de 1 200 pots par mois.

Il a obtenu la certification « produit biologique » pour les trois quarts de sa production.

Jérémy vend 800 pots de miel par mois.

	M	C	Total
B		350	
$\bar{B}$			
Total	800	400	1 200

On choisit un pot au hasard dans la production du mois.

On note C : « le pot choisi est un pot de confiture » et B : « le pot choisi est un produit biologique ».

1. Reproduire sur votre copie et compléter le tableau des effectifs suivant :
2. Calculer les probabilités des événements B et C .
3. a) Décrire par une phrase les événements :  
 $\bar{B}$  ;  $B \cap C$  ;  $B \cup C$  ;  $\bar{B} \cap M$   
 b) Calculer leur probabilité.

Exercice 2 (4 points)

Dans une entreprise comportant 3 000 salariés, 45 % d'entre eux utilisent régulièrement les activités proposées par le comité d'entreprise.

20 % des utilisateurs du C.E. sont inscrits à la salle de sport, réservée pour l'entreprise et, parmi ces inscrits, 15 % pratiquent le squash.

50 % des utilisateurs du C.E. achètent des tickets-loisirs. Parmi les salariés achetant ces tickets-loisirs, 60 % choisissent des places de cinéma.

Calculer :

- a) le nombre de salariés utilisant régulièrement les activités proposées par le comité d'entreprise ;
- b) la part des salariés inscrits à la salle de sport ;
- c) la part des salariés pratiquant le squash à la salle de sport ;
- d) le nombre des salariés utilisant le comité d'entreprise pour acheter des places de cinéma.

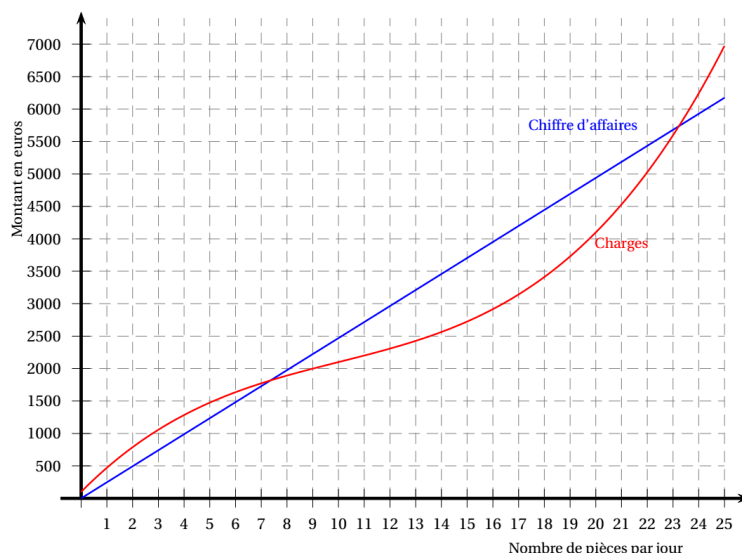
## Exercice 2 (11 points)

Une entreprise fabrique chaque jour des pièces métalliques pour l'industrie automobile. La production quotidienne varie entre 0 et 25 pièces.

### Partie A : Lectures graphiques

À l'aide du graphique donné ci-dessous, répondre aux questions suivantes :

1. Quel est le montant des charges pour 5 pièces produites par jour ?
2. Combien de pièces sont produites par jour pour un montant des charges de 2000 euros ?
3. Quelles quantités produites par jour permettent à l'entreprise de réaliser un bénéfice ?



### Partie B : Étude du bénéfice

Le montant des charges correspondant à la fabrication de  $x$  pièces, exprimé en euros, est modélisé par la fonction  $C$  définie sur l'intervalle  $[0 ; 25]$  par :

$$C(x) = x^3 - 30x^2 + 400x + 100.$$

On suppose que l'entreprise vend chaque jour sa production journalière. Chaque pièce est vendue au prix de 247 euros.

1. On note  $B$  la fonction bénéfice, exprimée en euros. Justifier que l'expression de  $B(x)$  sur l'intervalle  $[0 ; 25]$  est :  $B(x) = -x^3 + 30x^2 - 153x - 100$ .
2. On note  $B'$  la fonction dérivée de la fonction  $B$ .  
Calculer  $B'(x)$ , pour tout nombre réel  $x$  appartenant à l'intervalle  $[0 ; 25]$ .
3. Justifier le tableau suivant :

$x$	0	3	17	25
signe de $B'(x)$	-	0	+	0

4. En déduire le tableau de variations **complet** de la fonction  $B$  sur l'intervalle  $[0 ; 25]$ .
5. Déterminer le nombre de pièces que l'entreprise doit produire chaque jour pour que le bénéfice réalisé soit maximal. Que vaut alors ce bénéfice maximal ?

### Partie C : Coût moyen

On appelle coût moyen la fonction  $C_M$  définie sur l'intervalle  $]0 ; 25]$

par  $C_M = \frac{C(x)}{x}$ .

$x$	0	15,2	25
$C_M(x)$		181,6	279

1. Calculer  $C_M(16)$  et  $C_M(17)$ . On arrondira au centime d'euro.
2. On donne le tableau de variations de la fonction  $C_M$  :  
L'affirmation suivante est-elle vraie ? *Lorsque le bénéfice de l'entreprise augmente, le coût moyen diminue.* Justifier la réponse.