

Exercice 1 (10 points) Métropole Comptabilité et gestion 10 mai 2021

Dans cet exercice, on s'intéresse d'une part, à l'évolution du chiffre d'affaires d'une entreprise et d'autre part, au développement de son activité.

Le tableau suivant, où x_i désigne le rang de l'année mesuré à partir de l'année 2013, donne le chiffre d'affaires y_i (en milliers d'euros) de l'entreprise pour chaque année entre 2013 et 2018.

Année	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Rang x_i	0	1	2	3	4	5
Chiffre d'affaires (en milliers d'euros) y_i	1254	1317	1395	1472	1575	1655

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes**Partie A :**

1. Calculer le taux global d'évolution du chiffre d'affaires de cette entreprise entre 2013 et 2018, exprimé en pourcentage et arrondi à l'unité.

Le taux global d'évolution du chiffre d'affaires de cette entreprise entre 2013 et 2018, exprimé en

pourcentage, est: $\frac{1655-1254}{1254} \times 100 \approx 32 \%$.

2. Montrer que le taux moyen annuel d'évolution du chiffre d'affaires de cette entreprise entre 2013 et 2018, arrondi à 0,1 % est de 5,7 %.

Il y a 5 années entre 2013 et 2018.

Le taux moyen annuel d'évolution du chiffre d'affaires de cette entreprise entre 2013 et 2018, est le nombre

t tel que: $(1+t)^5 = 1 + \frac{32}{100}$.

On a donc $(1+t)^5 = 1,32$ donc $1+t = 1,32^{\frac{1}{5}}$ et donc $t = 1,32^{\frac{1}{5}} - 1$.

Donc $t \approx 0,057$ ce qui correspond à 5,7 %.

3. On suppose que le chiffre d'affaires de l'entreprise augmente chaque année de 5,7 % à partir de 2018.

On note u_n le chiffre d'affaires de l'entreprise pour l'année 2018 + n . Ainsi $u_0 = 1655$.

- a) Calculer u_1 arrondi à l'unité. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

$$u_1 = 1655 \times \left(1 + \frac{5,7}{100}\right) \approx 1749$$

On peut donc estimer à 1749 milliers d'euros le chiffre d'affaires en 2019, soit 1,749 million d'euros.

- b) Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Préciser sa raison.

Augmenter de 5,7 % c'est multiplier par $\left(1 + \frac{5,7}{100}\right)$ soit 1,057.

Donc, pour tout n , on a: $u_{n+1} = 1,057u_n$; la suite (u_n) est donc géométrique de raison $q = 1,057$ et de premier terme $u_0 = 1655$.

c) Donner, pour tout entier naturel n , u_n en fonction de n .

La suite (u_n) est géométrique de raison $q = 1,057$ et de premier terme $u_0 = 1655$ donc pour tout n , on a: $u_n = u_0 \times q^n = 1655 \times 1,057^n$.

d) Déterminer le chiffre d'affaires que peut prévoir l'entreprise en 2022, arrondi au millier d'euros près.

2022 = 2018 + 4 donc le chiffre d'affaires que peut prévoir l'entreprise en 2022 est:
 $u_4 = 1655 \times 1,057^4 \approx 2066$ milliers d'euros, soit 2,066 millions d'euros.

e) À partir de quelle année le chiffre d'affaires de l'entreprise dépassera-t-il 2,5 millions d'euros ?

Le chiffre d'affaires de l'entreprise dépassera 2,5 millions d'euros pour n tel que $u_n > 2500$. À la calculatrice on trouve: $u_7 \approx 2440 < 2500$ et $u_8 \approx 2579 > 2500$.

Le chiffre d'affaires de l'entreprise dépassera 2,5 millions d'euros en 2018 + 8 soit en 2026.

Partie B :

À partir des données du tableau fourni au début de l'énoncé :

1. Donner, sans justifier, le coefficient de corrélation linéaire r de la série statistique $(x_i ; y_i)$.
Arrondir à 0,001 près.

Expliquer pourquoi ce résultat permet d'envisager un ajustement affine.

Le coefficient de corrélation linéaire r de la série statistique $(x_i ; y_i)$ donné par la calculatrice est de 0,998 à 0,001 près.

Le coefficient est très proche de 1 donc on peut envisager un ajustement affine.

2. Donner, sans justifier, l'équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés sous la forme $y = ax + b$, où a et b sont à arrondir à 0,1 près.

L'équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés sous la forme $y = ax + b$, où a et b sont arrondis à 0,1 près est: $y = 81,6x + 1240,7$.

3. On décide d'ajuster ce nuage de points par la droite D d'équation $y = 82x + 1241$.

a) Calculer, à l'aide de ce modèle, le chiffre d'affaires que peut prévoir l'entreprise en 2021.

L'année 2021 correspond à $x = 8$; $82 \times 8 + 1241 = 1897$.

Le chiffre d'affaires que peut prévoir l'entreprise en 2021 est de 1,897 million d'euros.

b) Selon ce modèle, à partir de quelle année le chiffre d'affaires de l'entreprise dépassera-t-il 2,2 millions d'euros ?

Selon ce modèle, le chiffre d'affaires de l'entreprise dépassera 2,2 millions d'euros pour x tel que $82x + 1241 > 2200$ soit pour $x > 11,7$ c'est-à-dire à partir de $x = 12$.

Le rang 12 correspond à l'année 2025 c'est donc à partir de 2025 que le chiffre d'affaires dépassera 2,2 millions d'euros.

Exercice 2 (5 points) Métropole Comptabilité et gestion 10 mai 2021

Une entreprise qui fabrique des dragées possède une chaîne de production qui réalise, en fonction des besoins: des dragées blanches ou roses, aux amandes ou au chocolat. Actuellement la machine est réglée de la manière suivante :

- 55 % de la production sont des dragées blanches;
- parmi les dragées blanches, 50 % sont aux amandes;
- parmi les dragées roses, 60 % sont aux amandes.

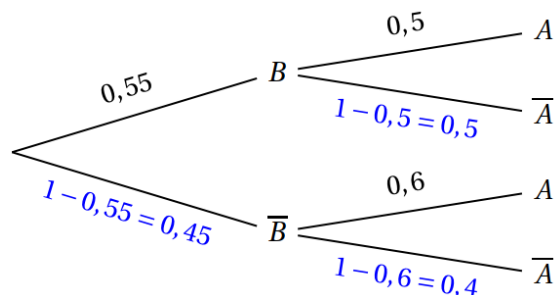
On s'intéresse à une dragée prise au hasard. On considère les événements suivants :

- B : La dragée choisie est blanche ;
- A : La dragée choisie est aux amandes ;

1. Donner la valeur des probabilités $P(B)$, $P_B(A)$ et $P_{\bar{B}}(A)$.

D'après le texte, $P(B) = 0,55$, $P_B(A) = 0,50$ et $P_{\bar{B}}(A) = 0,60$.

2. Réaliser un arbre de probabilité représentant la situation.
3. Calculer la probabilité que la dragée choisie soit blanche et aux amandes.



La probabilité que la dragée choisie soit blanche et aux amandes est $P(B \cap A) = 0,55 \times 0,5 = 0,275$.

4. Calculer $P(A)$.

D'après la formule des probabilités totales:

$$P(A) = P(B \cap A) + P(\bar{B} \cap A) = 0,55 \times 0,5 + 0,45 \times 0,6 = 0,545$$

5. Le directeur constate que plus de la moitié de ses ventes sont des dragées au chocolat. Le réglage de la machine lui permet-il de satisfaire l'ensemble de ses clients ?

Le directeur constate que plus de la moitié de ses ventes sont des dragées au chocolat. La probabilité que la dragée soit au chocolat est $P(\bar{A}) = 1 - 0,545 = 0,455$; donc moins de la moitié des dragées sont au chocolat. Le réglage ne permet donc pas de répondre à la demande.

6. Sachant que la dragée est au chocolat, quelle est la probabilité qu'elle soit blanche ?
Arrondir le résultat à 0,001 près.

Sachant que la dragée est au chocolat, la probabilité qu'elle soit blanche est:

$$P_{\bar{A}}(B) = \frac{P(B \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{0,55 \times 0,5}{0,455} \approx 0,604$$

Exercice 3 (5 points) Nlle Calédonie Nov 2018

Une entreprise française commercialise des pneus. La production mensuelle maximale est de 30 000 pneus.

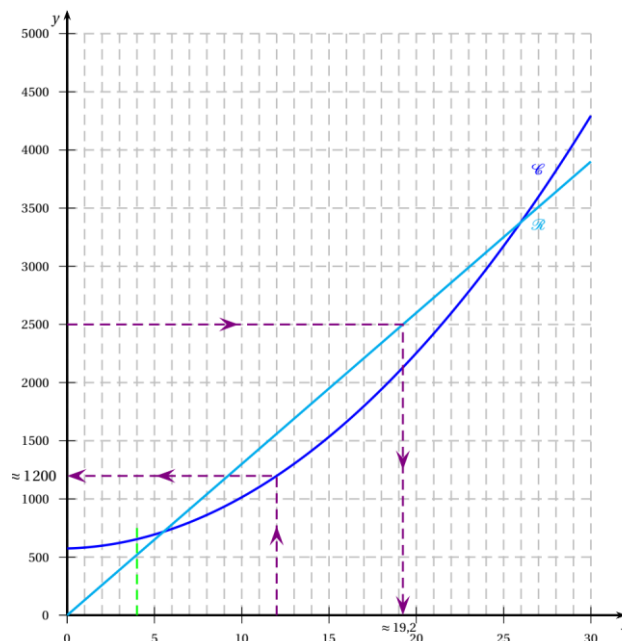
On suppose que la totalité de la production mensuelle est vendue chaque mois.

Les charges de production, en milliers d'euros, pour x milliers de pneus vendus sont données par la fonction C définie sur l'intervalle $[0; 30]$ par $C(x) = 4x^2 + 4x + 574$.

L'entreprise fixe le prix de vente d'un pneu à 130 euros.

Le chiffre d'affaires, en milliers d'euros, pour la vente de x milliers de pneus est donné par la fonction R définie sur l'intervalle $[0; 30]$ par $R(x) = 130x$.

\mathcal{R} et \mathcal{C} désignent leurs courbes représentatives. Les deux courbes sont représentées sur le graphique donné ci-dessous.



1. Déterminer, par la méthode de votre choix (calcul ou graphique) :

(a) les charges de production de 12 000 pneus.

Pour ce faire, remplaçons x par 12 dans l'équation de \mathcal{C}

$$C(12) = 4 \times 12^2 + 4 \times 12 + 574 = 1198$$

Les charges, pour produire 12000 pneus, s'élèvent à 1198000 €.

(b) le nombre de pneus à produire pour obtenir un chiffre d'affaires 2 500 000 euros.

Résolvons $R(x) = 2500$.

$$130x = 2500 \Leftrightarrow x = \frac{2500}{130} \approx 19,2307$$

Le nombre de pneus à produire pour obtenir un chiffre d'affaires de 25 000 000 € est 19231.

2. En vendant 4000 pneus, l'entreprise est-elle bénéficiaire ? Justifier votre réponse.

En vendant 4000 pneus, soit 4 milliers, l'entreprise est déficitaire.

Par le graphique, on peut constater que la courbe des coûts est « au-dessus » de celle des recettes.

Par le calcul $C(4) = 4 \times 4^2 + 4 \times 4 + 574 = 654$ et $R(4) = 130 \times 4 = 520$. Les coûts étant largement supérieurs aux recettes, il en résulte que l'entreprise est déficitaire.

3. Le bénéfice réalisé pour x milliers de pneus vendus est donné par la fonction B , définie pour tout nombre x appartenant à l'intervalle $[0; 30]$, par :

$$B(x) = -4x^2 + 126x - 574.$$

(a) On désigne par B' la fonction dérivée de la fonction B . Calculer $B'(x)$.

$$B'(x) = -4(2x) + 126 = -8x + 126$$

(b) Déterminer le signe de la fonction B' sur l'intervalle $[0; 30]$.

$$\text{Sur } \mathbb{R}, -8x + 126 > 0 \Leftrightarrow x < \frac{126}{8} \Leftrightarrow x < \frac{63}{4}.$$

Il en résulte si $x \in \left[0; \frac{63}{4}\right[$, $B'(x) > 0$ et si $x \in \left] \frac{63}{4}; 30 \right]$, $B'(x) < 0$

(c) En déduire le tableau de variation de la fonction B sur l'intervalle $[0 ; 30]$.

Si pour tout $x \in I, f'(x) > 0$ alors la fonction f est strictement croissante sur I .

Sur $\left[0; \frac{63}{4}\right[$, $B'(x) > 0$ par conséquent B est strictement croissante sur cet intervalle.

Si pour tout $x \in I, f'(x) < 0$ alors f est strictement décroissante sur I .

Sur $\left]\frac{63}{4}; 30\right]$, $B'(x) < 0$ par conséquent B est strictement décroissante sur cet intervalle.

Dressons le tableau de variation :

x	0	$\frac{63}{4}$	30
Signe de $B'(x)$	+	0	-
Variations de B	-574	418,25	-394

(d) Pour quel nombre de pneus produits le bénéfice est-il maximal ?

Quel est le montant de ce bénéfice ?

Le bénéfice est maximal pour 15 750 pneus produits, le montant de ce bénéfice est alors de 418 250 €.