

Suites et tableur

1 Placement à intérêts simples



Écrire le terme général d'une suite arithmétique.

► En prévision d'un problème de trésorerie, Lilian, gestionnaire de MAG-LOL, place un capital de 120 000 € à intérêts simples au taux annuel de 5 % .

1. a) Déterminer le montant des intérêts annuels.

b) On note C_n le montant du capital l'année n et C le capital placé au départ. Ainsi $C = 120\,000$.

Établir la formule donnant C_n en fonction de n , entier naturel.

Calculer le capital acquis après 7 ans de placement.

2. On calcule le capital acquis dans une feuille de calcul. Le taux est en cellule B2 au format % .

Le capital placé est entré en cellule B4.

a) Justifier le calcul saisi en cellule B5. Par recopie vers le bas, que devient cette formule en cellule B8 ?

b) Quelle formule peut-on écrire en cellule C4 pour calculer le capital acquis en fonction de n ?

	A	B	C
1	Placement à intérêts simples		
2	au taux :	5%	
3	Année	Capital acquis	en fonction de n
4	0	120000	
5	1	=B\$4*\$B\$2+B4	
6	2	132000	
7	3	138000	

2 Campagne publicitaire



Calculer la somme de termes consécutifs d'une suite arithmétique.

► Lola, chez MAG-LOL , prévoit d'expédier des publicités papier ciblées.

Le 1^{er} janvier, Lola envoie 250 publicités. Tous les jours, elle envoie 25 publicités de moins que le jour précédent.

On note u_n le nombre de publicités expédiées le jour n de janvier.

Ainsi $u_1 = 250$.

a) Établir que la suite (u_n) est une suite arithmétique dont on précisera la raison.

En déduire le terme général u_n en fonction de n et calculer le nombre de publicités expédiées le 8 janvier.

b) Remplir le tableau ci-contre, à l'aide d'une feuille de calcul ou de la calculatrice.

À quelle date Lola arrêtera-t-elle ses envois ?

c) Calculer le nombre total de publicités expédiées.

Chaque publicité expédiée coûte 0,56 €.

Quel est le coût total de cette campagne publicitaire ?

	A	B	C
1	Publicités MAG-LOL		
2	Janvier	Envois	Total depuis le 1er
3	1	250	250
4	2		
5	3		
6	4		
7	5		
8	6		
9	7		
10	8		
11	9		
12	10		

13 ** Dans la société STRO, en 2015, le chiffre d'affaires est de 135 000 € et le total des charges de 69 000 € .

Pour les années à venir, on prévoit chaque année, une augmentation du chiffre d'affaires de 12 000 € et une augmentation des charges de 16 000 € .

On note b_n le bénéfice pour l'année 2015 + n .

1. On désire faire les calculs dans une feuille de calcul sur tableur, comme ci-dessous :

	A	B	C	D	E
1	Société STRO				
2	Année	Rang n	CA	Charges	Bénéfice b_n
3	2015	0	135000	69000	
4	2016	1			
5	2017	2			

a) Indiquer la formule à saisir en E3 pour calculer b_0 .

b) Indiquer les formules à saisir en cellules C4, D4 et E4 pour obtenir le chiffre d'affaires, les charges et le bénéfice annuels, par recopie vers le bas.

2. a) Calculer b_0 .

b) Établir une formule donnant b_{n+1} en fonction de b_n .

c) Exprimer b_n en fonction de n . En déduire le bénéfice de la société STRO prévu en 2030.

3. a) Résoudre l'inéquation $b_n < 0$, où n est un entier naturel.

b) Vérifier le résultat obtenu sur le tableur et interpréter le résultat obtenu.

3 Placement à intérêts composés



Écrire le terme général d'une suite géométrique.

► Pour préparer un investissement futur, le directeur de l'entreprise PRO-VET place un capital de 86 000 € à intérêts composés au taux annuel de 4 %. On note K le capital placé au départ et K_n le capital acquis à la fin de la n -ième année de placement. Ainsi $K_0 = K = 86\,000$.

- Calculer le montant I_1 des intérêts la première année de placement.
À la fin de la 1^{re} année, ces intérêts viennent grossir le capital placé.
Calculer K_1 , capital acquis à la fin de la 1^{re} année de placement.
- Calculer le montant I_2 des intérêts la seconde année de placement. Calculer K_2 .
- Établir la formule de récurrence exprimant K_{n+1} en fonction de K_n . Quelle est la nature de la suite (K_n) ? En déduire l'expression de K_n en fonction de n , entier naturel.
- D'après les résultats obtenus sur tableur ou calculatrice, déterminer dans combien d'années le directeur de PRO-VET pourra compter sur au moins 100 000 € pour son investissement.

4 Évolution d'un chiffre d'affaires

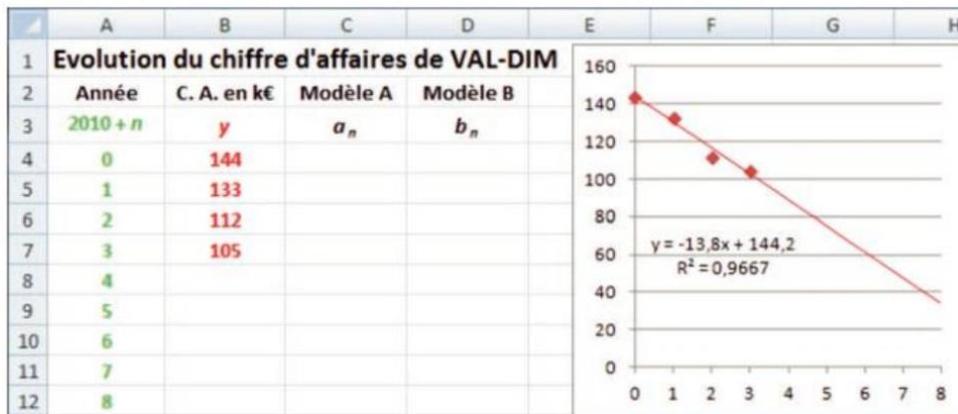


Utiliser un tableur pour comparer des évolutions.

► L'entreprise VAL-DIM est spécialisée dans le transport, y compris le dimanche. Étant donné les difficultés rencontrées, le chiffre d'affaires de cette entreprise diminue depuis 2010.

La feuille de calcul présente les chiffres d'affaires sur 4 années consécutives, exprimés en milliers d'euros.

L'ajustement affine est obtenu par la méthode des moindres carrés, à l'aide du tableur :



- Pourquoi peut-on envisager un ajustement affine ?
 - À l'aide de l'ajustement par moindres carrés, extrapoler le chiffre d'affaires en l'année 2018.
- Amaël propose un modèle linéaire. Dans une cellule du tableur, il entre `=(B7-B4)/3`.

 - Effectuer le calcul d'Amaël. Interpréter le résultat r .
 - On définit la suite arithmétique (a_n) de premier terme $a_0 = 144$ et de raison r .
Calculer les termes de cette suite en **colonne C**. On indiquera les formules saisies en **C4 et C5**.
 - Quelle prévision Amaël peut-il faire pour le chiffre d'affaires en 2018 selon ce modèle ?
- Bryan envisage un modèle exponentiel. Dans une cellule du tableur, il entre `=(B7/B4)^(1/3)`.

 - Effectuer le calcul de Bryan. Interpréter le résultat q .
 - On définit la suite géométrique (b_n) de premier terme $b_0 = 144$ et de raison q .
Calculer les termes de cette suite en **colonne D**. On indiquera les formules saisies en **D4 et D5**.
 - Quelle prévision Bryan peut-il faire pour le chiffre d'affaires en 2018 selon ce modèle ?
- Comparer les trois modèles pour 2018. Quel est le plus « optimiste » ?

30 * On désire appliquer la formule donnant la somme de n termes consécutifs d'une suite géométrique de raison q , positive, sur tableur :

$$S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n = u_1 \times \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

1. Calculer la somme de 12 termes consécutifs d'une suite géométrique de premier terme $u_1 = 530$ et de raison $q = 1,2$.

	A	B	C	D
1	Somme de n termes d'une suite géométrique			
2	Premier terme	Nombre de termes	Raison q	Somme S
3	530	12	1,2	

Indiquer la formule à saisir dans la cellule D3.

2. Reprendre le calcul pour les suites géométriques suivantes et compléter le tableau par le résultat arrondi à 10^{-2} près.

Suite	1	2	3	4
Premier terme	100	2 350	4 000	3 600
Nombre n de termes	12	8	6	20
Raison	1,15	1,035	0,98	0,75
Somme	?	?	?	?

33 ** Dans une société de transport, le coût d'une livraison dépend du nombre de kilomètres parcourus. Les coûts fixes sont facturés 200 € et les 100 premiers kilomètres sont facturés 50 €.

À chaque centaine de kilomètres supplémentaires, le coût variable augmente de 4 %. Toute centaine de km entamée est facturée.

On note u_n le coût variable de la n -ième centaine de km. Ainsi $u_1 = 50$.

1. a) Calculer le coût variable pour les 85 km supplémentaires d'une livraison à 185 km.

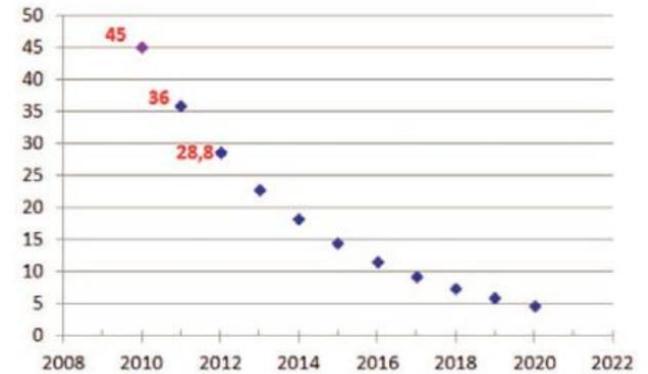
b) Montrer que le coût total d'une livraison à 185 km est 302 €.

2. Utiliser la calculatrice ou le tableur pour calculer le coût total d'une livraison à 690 km.

Mettre en valeur la méthode utilisée.

35 ** Une entreprise souhaite retirer un produit du marché. Le PDG prévoit une diminution des dépenses d'investissement en recherche pour ce produit et désire les arrêter lorsqu'elles dépasseront un total de 200 000 €.

Sur tableur, on a représenté les dépenses annuelles, en milliers d'euros :



1. Calculer, en pourcentage, le taux t % de baisse des dépenses entre 2010 et 2011, puis entre 2011 et 2012.

2. On suppose que les dépenses diminuent de ce même taux t %, chaque année jusqu'en 2020.

On note u_n les dépenses en milliers d'euros l'année $2010 + n$ et on pose $u_0 = 45$.

a) Exprimer u_n en fonction de n .

b) Calculer les dépenses prévues en 2018.

c) En utilisant la formule rappelée dans le cours p. 83 ou l'algorithme vu dans l'atelier 5 p. 89, calculer le total des dépenses prévues jusqu'en 2018.

d) Doit-on arrêter l'investissement en 2018 ? Justifier.

3. On a établi la feuille de calcul ci-après.

a) Indiquer une formule à saisir en cellule C4 pour calculer les dépenses annuelles par recopie vers le bas.

b) Indiquer une formule à saisir en cellule D4 pour les dépenses cumulées.

	A	B	C	D	E	F
1	Investissement produit				200	
2	Année	Rang n	Dépenses u_n	Dépenses cumulées D_n	Test	
3	2010	0	45	45		
4	2011	1	36	81		
5	2012	2	28,8	109,8	=SI(D5>SES1;"STOP";"OK")	
6	2013	3	23,04	132,84		
7	2014	4	18,43	151,27		
8	2015	5	14,75	166,02		
9	2016	6	11,80	177,81		
10	2017	7	9,44	187,25		
11	2018	8	7,55	194,80		
12	2019	9	6,04	200,84		
13	2020	10	4,83	205,67		

c) On utilise le test $\text{SI}(\text{test_logique}; [\text{valeur_si_vrai}]; [\text{valeur_si_faux}])$.

D'après ce test, saisi en cellule E4, en quelle ligne de la colonne E obtiendra-t-on « STOP » ?

Conclure pour le problème posé.

6 Remboursement en n annuités constantes



Établir un tableau d'amortissement pour un prêt.

► Pour financer son installation, Sarah emprunte 10 000 € au taux de 12 % et veut rembourser en 6 ans par **versement annuel constant**, nommé **annuité a** . Elle établit le tableau d'amortissement suivant ; les cellules de B5 à G10 sont au format « nombre à deux décimales ».

	A	B	C	D	E	F	G
1		Emprunt	Taux	Nombre d'années	Annuité: essai		Valeur de l'annuité
2		10000	12%	6	2430		
3							
4	Année	Capital restant dû au début	Intérêts de l'année	Amortissement du capital	Annuité constante	Capital restant dû en fin	Somme des amortissements
5	1	10000,00	1200,00	1230,00	2430,00	8770,00	1230,00
6	2	8770,00	1052,40	1377,60	2430,00	7392,40	2607,60
7	3	7392,40	887,09	1542,91	2430,00	5849,49	4150,51
8	4	5849,49	701,94	1728,06	2430,00	4121,43	5878,57
9	5	4121,43	494,57	1935,43	2430,00	2186,00	7814,00
10	6	2186,00	262,32	2167,68	2430,00	18,32	9981,68

Sarah essaie une annuité de 2 430 €. En E5 elle saisit `=SE$2` et recopie vers le bas.

Comme il faut toujours rembourser en premier les intérêts, l'amortissement de l'année du capital est la différence de l'annuité et des intérêts. Le capital restant dû en fin d'année est la différence du capital restant dû en début d'année et de l'amortissement.

a) Donner la formule à saisir en C5, pour calculer les intérêts de l'année, celle en D5, pour calculer l'amortissement, puis celle en F5 pour calculer le capital restant dû en fin d'année.

b) On saisit en G5 `=D5`, puis en B6 `=F5` et en G6 `=G5+D6`. Par recopie vers le bas, on obtient le tableau ci-dessus. L'annuité doit-elle être supérieure ou inférieure à 2 430 € ?

c) Entrer la formule de l'annuité vue dans le cours page 85 en cellule G2. Donner le résultat arrondi au centime d'euro. Vérifier en calculant cette annuité à l'aide de la fonction VPM du tableur ou le solveur TVM de la calculatrice.

7 Capitalisation et actualisation



Établir la formule de la valeur actualisée de n annuités constantes.

► Partie A

1. Début 2014, Chloé place 10 000 € au taux annuel de 4,5 % à intérêts composés.

a) Calculer le capital acquis au bout de 8 ans. Arrondir le résultat à l'euro.

b) Chloé désire investir 15 000 € début 2022 : est-ce possible avec sa capitalisation ?

2. En 2014, Abdel achète un matériel. Pour le paiement, on lui propose un crédit in-fine au taux annuel de 4,5 %. En 2020, il doit rembourser le crédit in-fine, soit 12 000 €.

On note C_0 le prix du matériel en 2014.

a) Exprimer la valeur acquise C_n d'un capital C_0 placé à intérêts composés durant n années au taux annuel de 4,5 %.
En déduire C_0 en fonction de C_n et n .

MÉMO

Un prêt in-fine est un prêt à intérêts composés, sans aucun versement avant la fin du prêt.

b) Calculer la valeur actuelle en 2014 du matériel payé in-fine 12 000 € en 2020. Arrondir le résultat au centime d'euro.

► Partie B

Un artisan souhaite acheter un nouveau matériel en janvier 2014. Le fournisseur fait une offre d'achat à crédit au taux annuel de 4,5 % : l'artisan devra verser quatre annuités du même montant de 3 000 € selon l'échéancier indiqué par le tableau ci-dessous :

Mois du versement	Déc. 2014	Déc. 2015	Déc. 2016	Déc. 2017
Annuité en euros	3 000	3 000	3 000	3 000

L'artisan préfère payer comptant et demande au fournisseur du matériel de lui faire un prix. Ce prix est la somme des valeurs actuelles au début de 2014 des quatre annuités de 3 000 €. On note a_1 , a_2 , a_3 , et a_4 les valeurs actuelles correspondantes.

1. Écrire les calculs donnant les valeurs actuelles des quatre annuités.

2. Montrer que le prix comptant du matériel, en valeur actuelle au début de janvier, est :

$$VA = \frac{3\,000}{1,045^4} \times (1 + 1,045 + 1,045^2 + 1,045^3)$$

Montrer que l'on peut écrire $VA = 3\,000 \times \frac{1 - 1,045^{-4}}{0,045}$.

MÉMO

On rappelle que, pour q différent de 1 et pour tout entier n , on a : $1 + q + q^2 + \dots + q^n = \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1}$.

3. Calculer le prix comptant que l'artisan peut demander à son fournisseur de lui facturer pour son nouveau matériel.