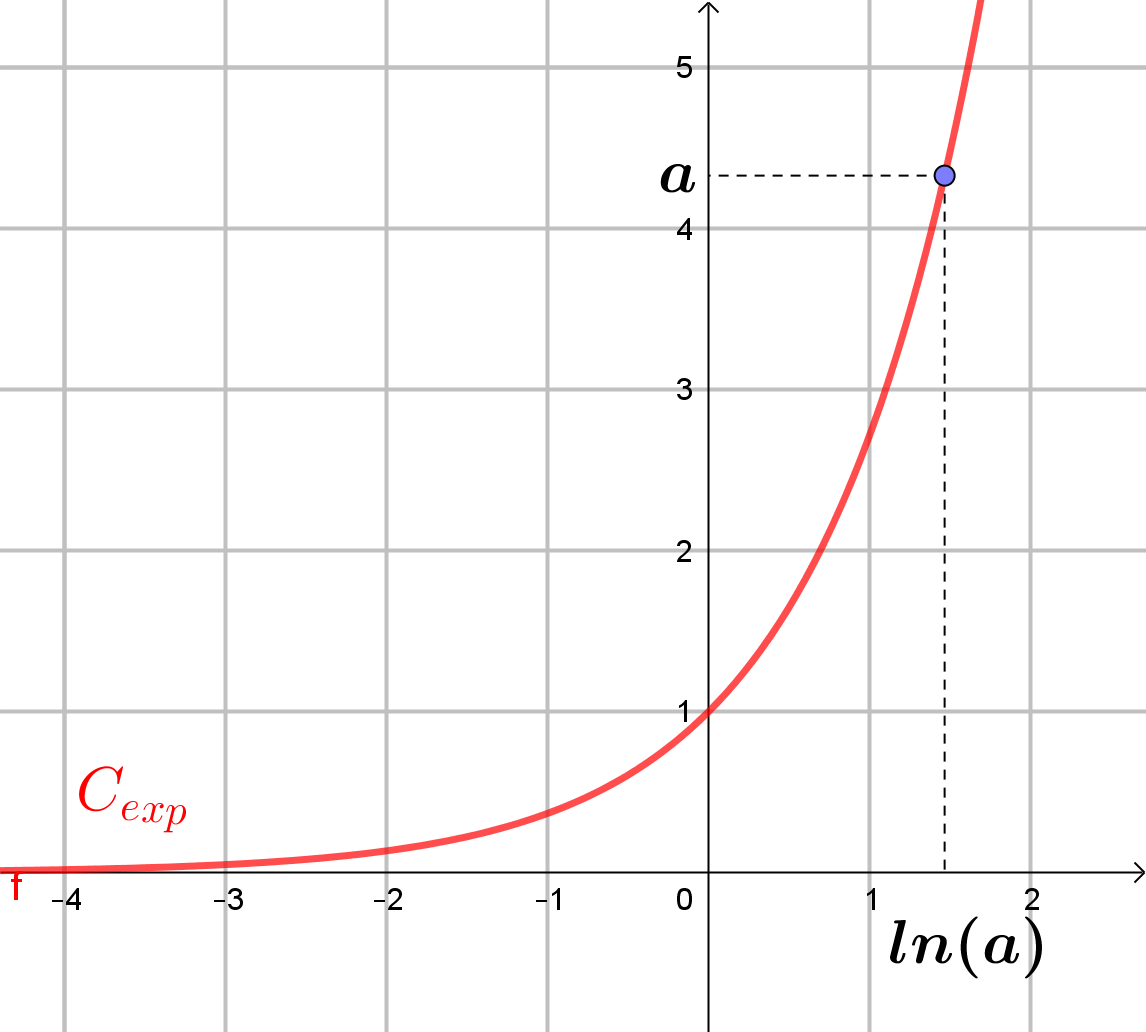
## LOGARITHME NÉPÉRIEN



1. **Fonction logarithme népérien**

La fonction exponentielle est continue et strictement croissante sur et et

Donc, d’après le théorème des valeurs intermédiaires, pour tout réel

, l’équation …………………………………..

**DÉFINITION**

|  |
| --- |
| * On appelle logarithme népérien du réel strictement positif , ………………………………………….. Le logarithme népérien de est noté * La fonction logarithme népérien, notée ln, est la fonction qui, à tout réel , associe le réel . |

**Exemple :** D’après la calculatrice: ; .

**CONSÉQUENCE**

* Pour tout réel et pour tout réel , on a l’équivalence: …………………………………..
* car
* car .

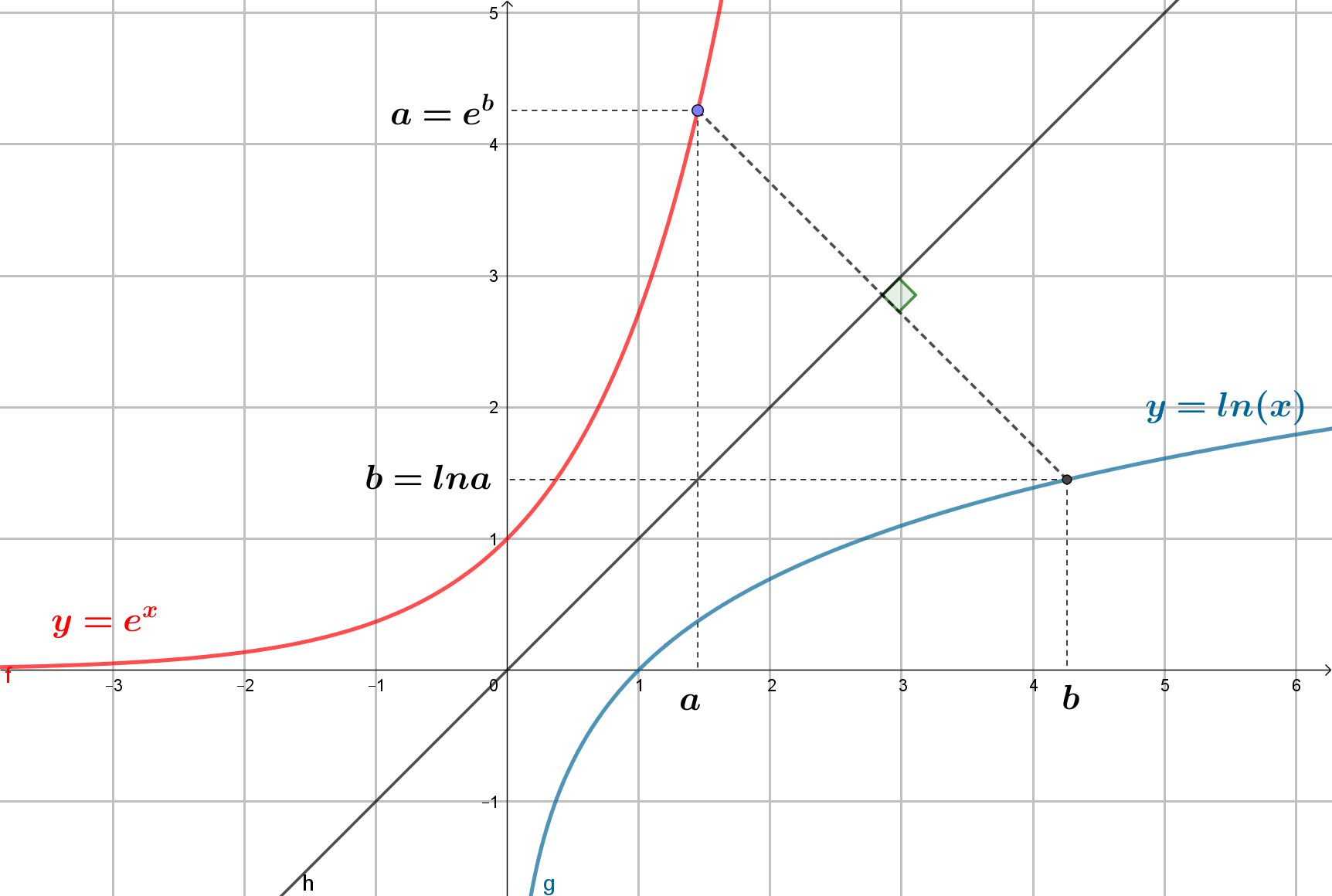
**Exemple :** Résoudre l’équation .

**PROPRIÉTÉS :** Réciprocité

|  |  |
| --- | --- |
| * Pour tout réel , | * Pour tout réel , |

**Preuve :**

….



**Exemple :**  et

**PROPRIÉTÉS :** Courbes des fonctions ln et exp

|  |
| --- |
| Dans un repère orthonormé, les courbes représentatives des fonctions et ……………………………  ……………………………………………………... |

**Preuve :**

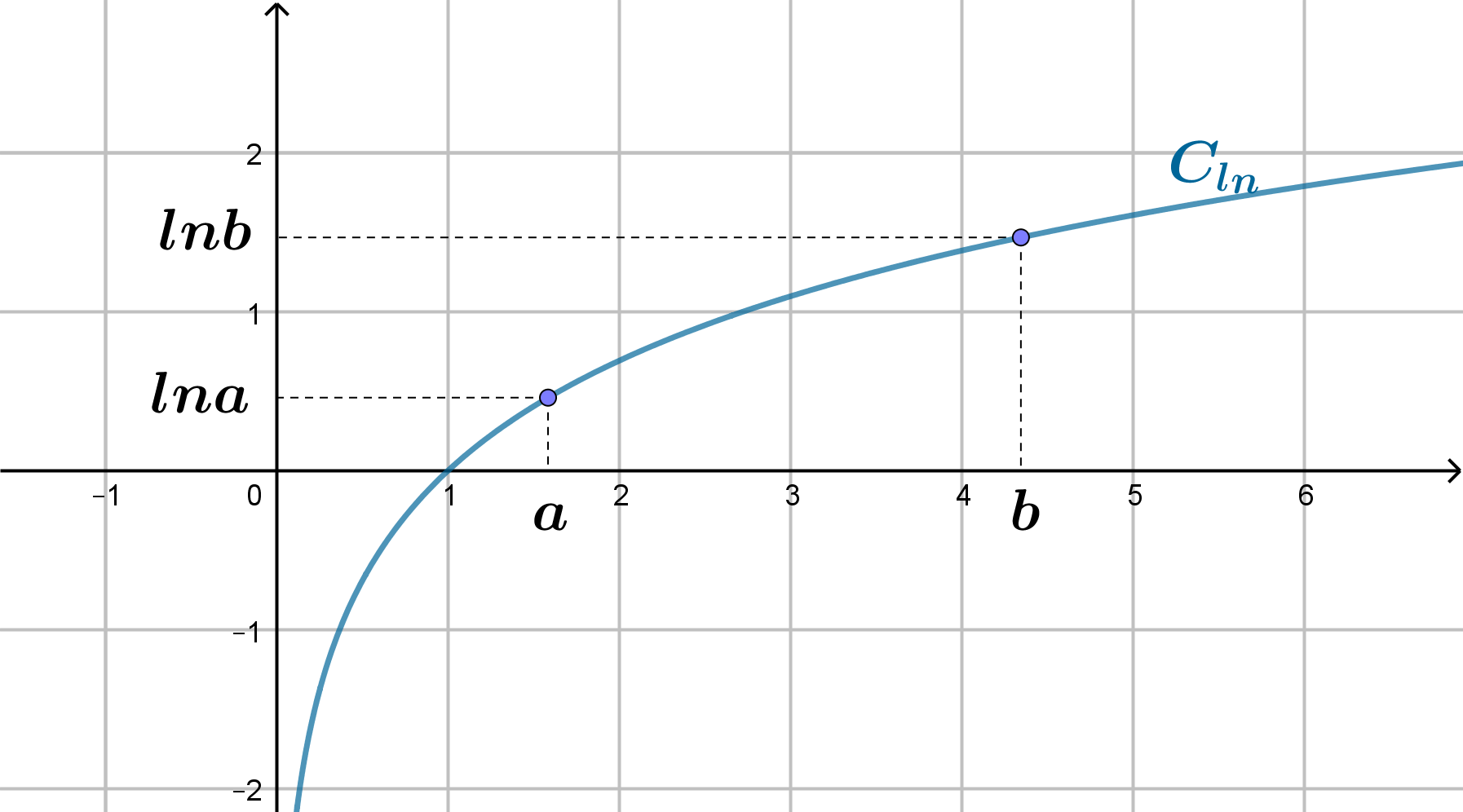
….

**PROPRIÉTÉS :** Sens de variation

La fonction est …………………………….. .

**Preuve :**

….

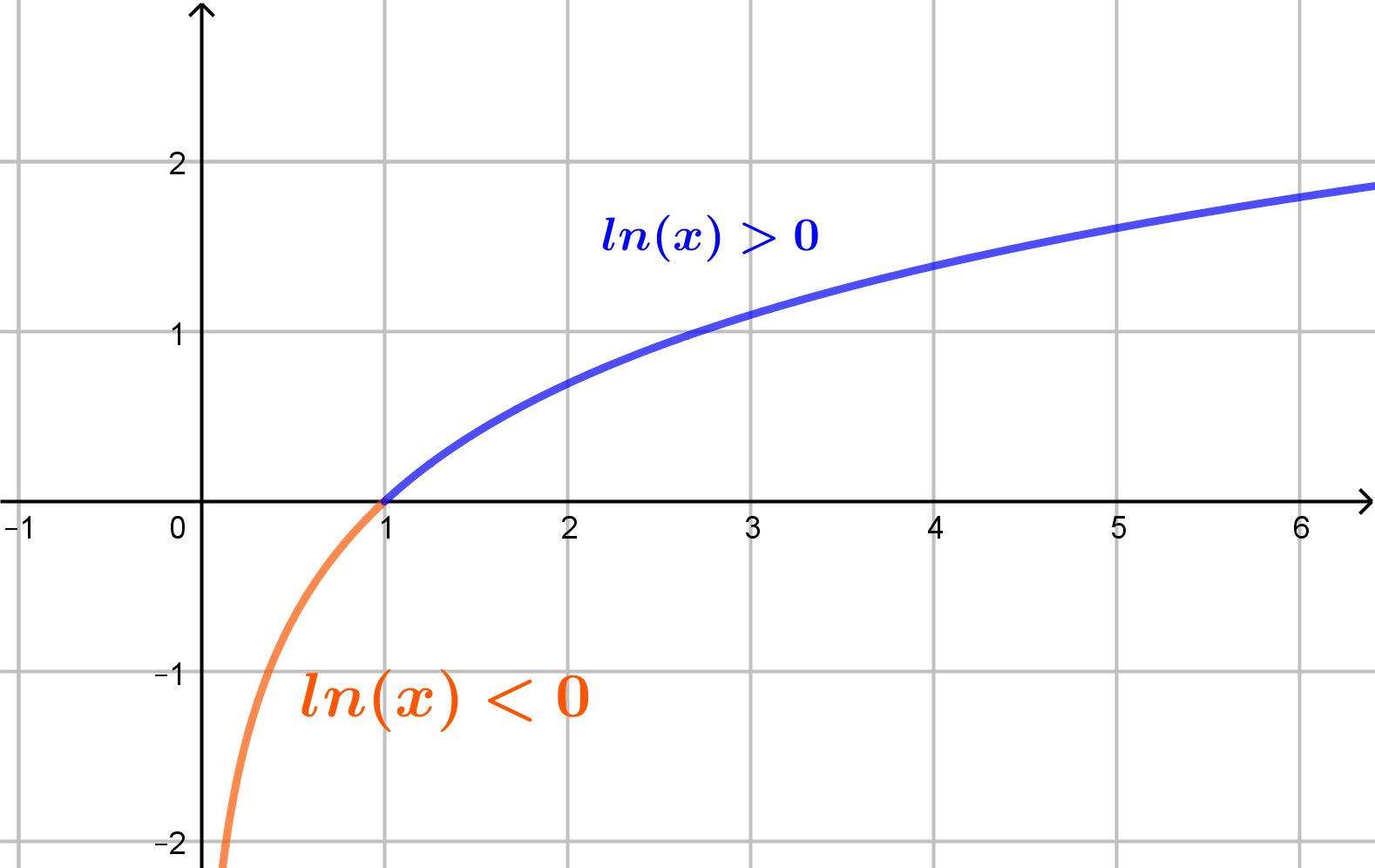


**CONSÉQUENCE**

Pour tous les réels et ,



**Preuve :**

….

**CONSÉQUENCE**

* ……………..

**MÉTHODE 1** - Résoudre une équation avec

|  |
| --- |
| Pour résoudre une équation du type :   * Rechercher l’ensemble des réels tels que et * Résoudre dans , l’équation |

**EXEMPLE :** Résoudre l’équation .

**MÉTHODE 2** - Résoudre une inéquation avec

|  |
| --- |
| Pour résoudre une équation du type :   * Rechercher l’ensemble des réels tels que * Résoudre dans , l’équation |

**EXEMPLE :** Résoudre l’inéquation .

1. **Propriétés algébriques**

**PROPRIÉTÉS :** Relation fonctionnelle

Pour tous les réels et strictement positifs,

**Preuve :**

…

**Remarques :**

On dit que la fonction transforme les produits en …………………

Cette formule se généralise à un produit de trois facteurs ou plus.

**PROPRIÉTÉS :** Logarithme d’un inverse, d’un quotient

|  |
| --- |
| Pour tous les réels et strictement positifs,   * …………………… * …………………… |

**Preuve :**

…

**PROPRIÉTÉS :** Logarithme d’une puissance, d’une racine carrée

|  |
| --- |
| Pour tout réel et pour tout entier relatif ,   * ………………… * ……………….. |

**Preuve :**

…

**EXEMPLE**

Écrire chacun des nombres suivants en fonction de .



**MÉTHODE 3** - Résoudre une inéquation avec inconnue à l’exposant

**EXEMPLE :** Résoudre l’inéquation avec .

1. **Étude de la fonction logarithme népérien**

**PROPRIÉTÉS :** Dérivée de la fonction

La fonction est dérivable sur et pour tout réel , …………..

**Preuve :**

…

**PROPRIÉTÉS :** Limites aux bornes

et …………….

**Preuve :**

**Remarques :**

Une équation de la tangente à la courbe de la fonction en 1 est :

1. **Autres limites**

**PROPRIÉTÉS :** Croissance comparée

et

**Preuve :**

…

**PROPRIÉTÉS :** Limite et taux d’accroissement

**Preuve :**

…

**MÉTHODE 4** – Lever une indétermination pour étudier une limite

|  |
| --- |
| Dans le cas d’une forme indéterminée qui fait intervenir la fonction , on peut:   * factoriser et faire apparaître des limites déjà connues ; * effectuer un changement de variable. |

**EXEMPLE**

Déterminer les limites suivantes:

et

1. **Fonction**

NOTATION : est une fonction strictement positive sur un intervalle .

La fonction est notée ou .

**PROPRIÉTÉS :** Dérivée de

Si est une fonction dérivable et strictement positive sur un intervalle , alors la fonction est dérivable sur , et .

**CONSÉQUENCE**

étant strictement positive, et sont ……………………….. On en déduit que les fonctions et ont le …………………………………………. sur .

**MÉTHODE 5** - Calculer la dérivée d’une fonction du type

Pour dériver une fonction du type sur un intervalle , on s’assure que la fonction est dérivable et strictement positive sur l’intervalle .

**EXEMPLE :**  est la fonction définie sur par . Calculer .

**MÉTHODE 6** - Étudier les limites d’une fonction du type

|  |
| --- |
| Pour étudier les limites d’une fonction du type , on peut:   * utiliser le théorème sur la limite d’une composée; * utiliser les théorèmes de comparaison. |

**EXEMPLE :**  est la fonction définie sur par .

Étudier les limites de la fonction aux bornes de son ensemble de définition.

1. **Fonction logarithme décimal**

**DÉFINITION**

La fonction logarithme décimal, notée , est la fonction définie sur , par :

**PROPRIÉTÉS**

|  |
| --- |
| * 1. Pour tout entier relatif ,   2. La fonction est ……………………………… sur .   3. Pour tous les réels et , |

Les logarithmes décimaux trouvent toute leur utilité en chimie (calcul de pH), en acoustique (mesure du son), en sismologie (magnitude d’un séisme), en astronomie (magnitude apparente d’un astre)...