## LOGARITHME NÉPÉRIEN



1. **Fonction logarithme népérien**

La fonction exponentielle est continue et strictement croissante sur et et

Donc, d’après le théorème des valeurs intermédiaires, pour tout réel

 , l’équation …………………………………..

**DÉFINITION**

|  |
| --- |
| * On appelle logarithme népérien du réel strictement positif , ………………………………………….. Le logarithme népérien de est noté
* La fonction logarithme népérien, notée ln, est la fonction qui, à tout réel , associe le réel .
 |

**Exemple :** D’après la calculatrice: ; .

**CONSÉQUENCE**

* Pour tout réel et pour tout réel , on a l’équivalence: …………………………………..
* car
* car .

**Exemple :** Résoudre l’équation .

**PROPRIÉTÉS :** Réciprocité

|  |  |
| --- | --- |
| * Pour tout réel ,
 | * Pour tout réel ,
 |

**Preuve :**

….



**Exemple :**  et

**PROPRIÉTÉS :** Courbes des fonctions ln et exp

|  |
| --- |
| Dans un repère orthonormé, les courbes représentatives des fonctions et …………………………………………………………………………………... |

**Preuve :**

….

**PROPRIÉTÉS :** Sens de variation

La fonction est …………………………….. .

**Preuve :**

….



**CONSÉQUENCE**

Pour tous les réels et ,

*
*

**Preuve :**

….

**CONSÉQUENCE**

* ……………..

**MÉTHODE 1** - Résoudre une équation avec

|  |
| --- |
| Pour résoudre une équation du type : * Rechercher l’ensemble des réels tels que et
* Résoudre dans , l’équation
 |

**EXEMPLE :** Résoudre l’équation .

**MÉTHODE 2** - Résoudre une inéquation avec

|  |
| --- |
| Pour résoudre une équation du type : * Rechercher l’ensemble des réels tels que
* Résoudre dans , l’équation
 |

**EXEMPLE :** Résoudre l’inéquation .

1. **Propriétés algébriques**

**PROPRIÉTÉS :** Relation fonctionnelle

Pour tous les réels et strictement positifs,

**Preuve :**

…

**Remarques :**

On dit que la fonction transforme les produits en …………………

Cette formule se généralise à un produit de trois facteurs ou plus.

**PROPRIÉTÉS :** Logarithme d’un inverse, d’un quotient

|  |
| --- |
| Pour tous les réels et strictement positifs, * ……………………
* ……………………
 |

**Preuve :**

…

**PROPRIÉTÉS :** Logarithme d’une puissance, d’une racine carrée

|  |
| --- |
| Pour tout réel et pour tout entier relatif , * …………………
* ………………..
 |

**Preuve :**

…

**EXEMPLE**

Écrire chacun des nombres suivants en fonction de .

*

**MÉTHODE 3** - Résoudre une inéquation avec inconnue à l’exposant

**EXEMPLE :** Résoudre l’inéquation avec .

1. **Étude de la fonction logarithme népérien**

**PROPRIÉTÉS :** Dérivée de la fonction

La fonction est dérivable sur et pour tout réel , …………..

**Preuve :**

…

**PROPRIÉTÉS :** Limites aux bornes

 et …………….

**Preuve :**

**Remarques :**

Une équation de la tangente à la courbe de la fonction en 1 est :

1. **Autres limites**

**PROPRIÉTÉS :** Croissance comparée

 et

**Preuve :**

…

**PROPRIÉTÉS :** Limite et taux d’accroissement

**Preuve :**

…

**MÉTHODE 4** – Lever une indétermination pour étudier une limite

|  |
| --- |
| Dans le cas d’une forme indéterminée qui fait intervenir la fonction , on peut: * factoriser et faire apparaître des limites déjà connues ;
* effectuer un changement de variable.
 |

**EXEMPLE**

Déterminer les limites suivantes:

 et

1. **Fonction**

NOTATION : est une fonction strictement positive sur un intervalle .

La fonction est notée ou .

**PROPRIÉTÉS :** Dérivée de

Si est une fonction dérivable et strictement positive sur un intervalle , alors la fonction est dérivable sur , et .

**CONSÉQUENCE**

 étant strictement positive, et sont ……………………….. On en déduit que les fonctions et ont le …………………………………………. sur .

**MÉTHODE 5** - Calculer la dérivée d’une fonction du type

Pour dériver une fonction du type sur un intervalle , on s’assure que la fonction est dérivable et strictement positive sur l’intervalle .

**EXEMPLE :**  est la fonction définie sur par . Calculer .

**MÉTHODE 6** - Étudier les limites d’une fonction du type

|  |
| --- |
| Pour étudier les limites d’une fonction du type , on peut: * utiliser le théorème sur la limite d’une composée;
* utiliser les théorèmes de comparaison.
 |

**EXEMPLE :**  est la fonction définie sur par .

Étudier les limites de la fonction aux bornes de son ensemble de définition.

1. **Fonction logarithme décimal**

**DÉFINITION**

La fonction logarithme décimal, notée , est la fonction définie sur , par :

**PROPRIÉTÉS**

|  |
| --- |
| * 1. Pour tout entier relatif ,
	2. La fonction est ……………………………… sur .
	3. Pour tous les réels et ,
 |

Les logarithmes décimaux trouvent toute leur utilité en chimie (calcul de pH), en acoustique (mesure du son), en sismologie (magnitude d’un séisme), en astronomie (magnitude apparente d’un astre)...