CONVEXITÉ

**I. Dérivée seconde**

**Définition**

Soit une fonction dérivable sur un intervalle I dont la dérivée est dérivable sur I.

On appelle **fonction dérivée seconde** de sur I la …………………………..et on note :

**Exemple :**

Soit la fonction *f* définie sur par .

Pour tout *x* de, on a : ……………………………..

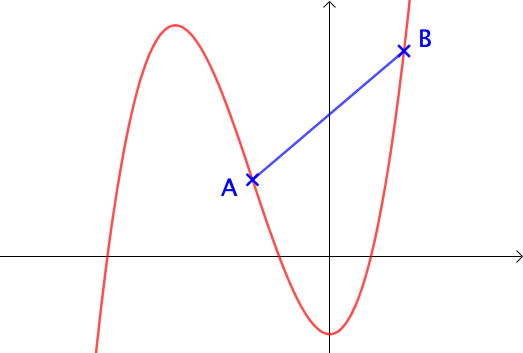
Pour tout *x* de , on a : …………………………….

**II. Fonction convexe et fonction concave**

1. Définitions avec les cordes

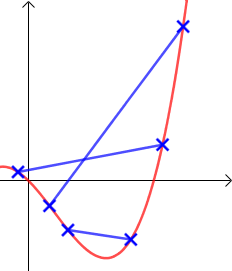
**Définition**

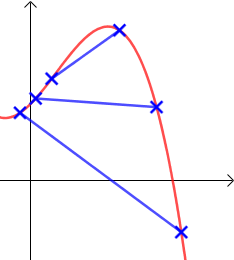
Une **corde** est …………………………………………………………………..



**Définitions**

Soit une fonction *f* définie sur un intervalle I.

* La fonction *f* est **conVexe** sur I si, sur l'intervalle I, sa courbe représentative est …………………………………………………………………………………………………………………………………
* La fonction *f* est **concAve** sur I si, sur l'intervalle I, sa courbe représentative est …………………………………………………………………………………………………………………………………

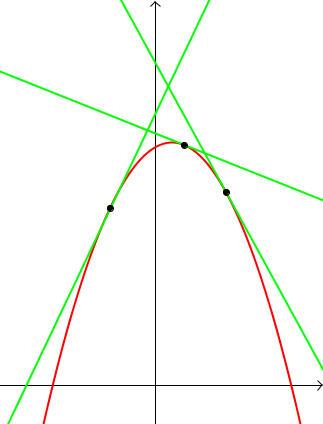


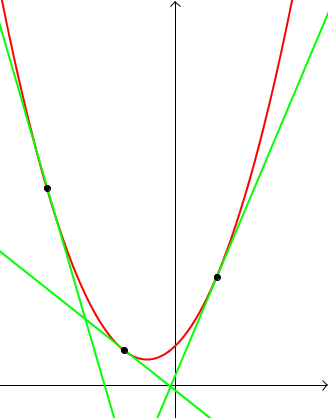
Fonction …………… Fonction …………………

1. Définitions avec les tangentes

**Définitions**

Soit une fonction *f* dérivable sur un intervalle I.

* La fonction *f* est **conVexe** sur I si, sur l'intervalle I, sa courbe représentative est …………………………………………………………………………………………………………………………………………
* La fonction *f* est **concAve** sur I si, sur l'intervalle I, sa courbe représentative est……………………………………………………………………………………………………………………………………



Fonction …………… Fonction …………………

1. Propriétés

**Propriétés**

- La fonction carré est ……………………………….

- La fonction cube est ………………… sur et ………………….. sur .

- La fonction inverse est …………………… sur et ………………….sur .

- La fonction racine carrée est …………………………… sur .

*- Admis -*

**Propriété**

Soit une fonction définie et dérivable sur un intervalle I.

* Dire que la fonction est convexe sur I, revient à dire que …………………………………………., …………………………………………………soit :

, pour tout de I.

* Dire que la fonction est concave sur I, revient à dire que …………………………………………., ………………………………………………….soit :

, pour tout de I.

Démonstration au programme :

- Démontrons que est convexe, si est croissante :

On considère la fonction *g* dérivable sur I et définie par :

.

….

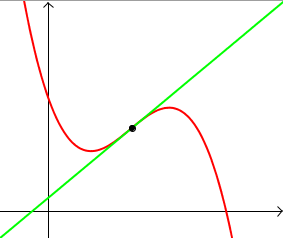
- Démonstration analogue pour prouver que est concave, si est décroissante.

Méthode : Étudier la convexité d’une fonction

Soit la fonction définie sur par .

Étudier la convexité de la fonction .

**III. Point d'inflexion**



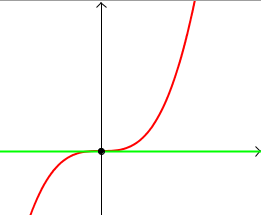
**Définition**

Soit une fonction dérivable sur un intervalle I.

Un **point d'inflexion** est un point où la courbe ………………………………………………………………………...

Remarque importante :

Au point d'inflexion, la fonction change de …………………………..



Exemple :

On considère la fonction cube .

Méthode : Étudier la convexité pour résoudre un problème

Une entreprise fabrique des clés USB avec un maximum de 10 000 par mois.

Le coût de fabrication (en milliers d'euros) de milliers de clés produites s'exprime par : .

1) À l'aide de la calculatrice graphique, conjecturer la convexité de la fonction .

En déduire si la courbe possède un point d'inflexion.

2) Démontrer ces résultats.

3) Interpréter les résultats obtenus au regard du contexte de l’exercice.

Méthode : Prouver une inégalité en utilisant la convexité d’une fonction

Soit la fonction définie sur par .

a) Étudier la convexité de la fonction .

b) Déterminer l’équation de la tangente à la fonction en –1.

c) En déduire que pour tout réel négatif, on a : .