**Chapitre 7 – Loi binomiale**

1. **Schéma de Bernoulli**
	1. **Loi de Bernoulli**

**Exemple**

Mateo est commercial dans la société CHO-FOD. Il vend des systèmes de climatisation.

Il estime que la probabilité qu'un client démarché accepte le devis est de 0,4.

Ainsi à chaque client démarché, soit le devis est accepté avec une probabilité $………………………………$ soit le devis est refusé avec une probabilité $………………………………$ .

Une **épreuve de Bernoulli** est une expérience aléatoire qui …………………………………………………..

La probabilité de succès est notée $……………………………$

**Remarque :**

Le succès peut être un événement « ………………………… ».

* 1. **Schéma de Bernoulli**
1. **Représentation par un arbre**

**Exemple**

Mateo prend au hasard les devis de 3 clients démarchés.

La décision de chacun des clients ne dépend pas de la décision des autres.

Donc Mateo peut considérer que prendre 3 devis constitue la …………………………………………., …………………………………………………., de probabilité de succès $……………………….$

On peut représenter ce tirage de 3 devis par l'arbre pondéré ci-contre :



On a noté, en bas de chaque chemin, le nombre de ……………………………………………………..

Ainsi Mateo obtient exactement un seul devis accepté sur les 3 pour les listes de résultats :

$$………………………………………………………………….$$

1. **Variable aléatoire associée au nombre de succès**
* La répétition de $n$ épreuves de Bernoulli, identiques et indépendantes, est un ……………………

………………………, représenté par un arbre pondéré à$……………………………$

* La ………………………….., associée au nombre de succès dans un schéma de Bernoulli, prend toutes les valeurs entières $k$ allant de ……………… .
* $………………$ est la probabilité d'obtenir exactement $k $succès lors de la répétition de $n$ épreuves. $P\left(X\leq k\right) $est la probabilité d'obtenir …………………………….

**Exemple**

Pour calculer la probabilité de la liste $E-E-S$ , on applique le principe multiplicatif :

$$P\left(E-S-S\right)= ……………………………..$$

D'après l'arbre, il existe 3 listes qui conduisent à « obtenir un seul devis accepté ».

Donc :

$$P\left(X=1\right)= ………………………………………………………………………………………….$$

La probabilité pour Mateo d'obtenir **au moins un** devis accepté est l'événement contraire de **………………..**

**…………………** devis accepté : $P\left(X\geq 1\right)= ………………………………….$

$$Or P\left(X=0\right)= ……………………………………………….$$

Donc :

$$P\left(X\geq 1\right)= …………………………………………………$$

1. **Loi binomiale**
2. **Définition et calcul**

La **loi binomiale** est la loi de probabilité de la variable aléatoire X associée au nombre de ………………….

………………………………………….

La **loi binomiale** se note $…………..$ , de paramètres $….$ et $….$ , où $…………………………………………….$ dans le schéma de Bernoulli et $………………………………..$

Dans le cadre de la loi binomiale, une probabilité se calcule à l'aide du tableur ou de la calculatrice.

**Exemples**

* Mateo prend au hasard **5 devis**. La variable aléatoire associée au **nombre de devis acceptés** suit la loi binomiales $……………$ . Les valeurs sont obtenues ci-dessus avec le tableur.

On peut calculer plus directement la probabilité qu'**aucun devis** ne soit accepté, c'est-à-dire que tous les devis soient refusés :

$$……………………………………………………………….$$

Ainsi, la probabilité de l'événement contraire « **au moins un** devis est accepté » est :

$$…………………………………………………………….$$

* Mateo prend au hasard **30** devis, indépendamment les uns des autres. La variable aléatoire X , associée au nombre de devis acceptés, suit la loi binomiale $………………….$ . Sur calculatrice :



La probabilité que Mateo obtienne **exactement 5 devis** acceptés est $……………………..$ et la probabilité d'obtenir **au plus 5 devis** est $……………………………….. $ , arrondies à $10^{-5}$ près.

1. **Espérance, variance et écart type**

Pour une loi binomiales $B( n ; p)$ , de paramètres ***n*** et ***p*** , l'$espérance$ est $………………..$ , la variance est $…………………………………………….$ et **l'écart type** est la racine carrée de la variance :

$$…………………………………….$$

On admet que, si on effectue un **grand nombre de fois** la répétition de ***n*** épreuves de Bernoulli, on peut espérer obtenir $E(X)$ succès en moyenne avec un écart type de $σ$.

**Exemple**

Mateo prend au hasard 30 devis : si Mateo renouvelle un grand nombre de fois l'expérience, il peut espérer obtenir $E\left(X\right)= ………………………$ devis acceptés en moyenne parmi les 30 tirés.

L’écart type sera $σ\left(X\right)= …………………………..$.