

Évaluation n°1 - 5 septembre 2023 (1h30)

NOM : Prénom :

Exercice 1 (2 points)

Niveau 1

1. Soit (u_n) une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{2}$, telle que $u_2 = 4096$.
Déterminer en justifiant la valeur de u_{10} .

.....
.....

2. Soit (v_n) une suite arithmétique de raison $r = -3$ telle que $u_{14} = 3$.
Déterminer en justifiant la valeur de u_2 .

.....
.....

Exercice 2 (2 points)

Niveau 1

Étudier les variations de la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = -3n^2 + 1$

.....
.....
.....

Exercice 3 (3 points)

Niveau 1-2

Soit (u_n) la suite définie par $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n - 3 \end{cases}$

1. Calculer u_1 et u_2 .

.....

2. La suite est-elle arithmétique, géométrique ? Justifier.

.....
.....
.....
.....
.....

Exercice 4 (5 points)

On s'intéresse à l'évolution d'une population de tigres dans une réserve en naturelle.

En 2019, il y a 100 tigres. Puis chaque année, 10 % de la population de tigres meurt et il y a 5 nouveaux tigres qui sont ajoutés à la réserve.

On note u_n le nombre de tigres en 2019 + n .

1) Déterminer le nombre de tigres dans la réserve en 2020.

.....
.....

2) Donner la valeur de u_0 et justifier que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 0,9u_n + 5$

.....
.....
.....

3) Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $50 \leq u_{n+1} \leq u_n$.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

4) Soit (v_n) la suite définie par $v_n = u_n - 50$. Montrer que la suite (v_n) est géométrique.

.....
.....
.....
.....

Exercice 5 (4 points)

Niveau 3

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 10$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = \sqrt{u_n + 5}$.

Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$2,5 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 10$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Exercice 7 (4 points)

Une entreprise a créé une Foire Aux Questions (FAQ) sur son site internet.

On étudie le nombre de questions qui y sont posées chaque mois.

On admet que, chaque mois :

- 90 % des questions déjà posées le mois précédent sont conservées sur la FAQ ;
- 130 nouvelles questions sont ajoutées à la FAQ.

Au cours du premier mois, 300 questions ont été posées.

Pour estimer le nombre de questions, en centaines, présentes sur la FAQ le n -ième mois, on modélise la situation ci-dessus à l'aide de la suite (u_n) définie par :

$$u_1 = 3 \text{ et, pour tout entier naturel } n \geq 1, \quad u_{n+1} = 0,9u_n + 1,3.$$

I. Calculer u_2 et u_3 et proposer une interprétation dans le contexte de l'exercice.

.....

.....

.....

2. Montrer par récurrence que pour tout entier naturel $n \geq 1$:

$$u_n = 13 - \frac{100}{9} \times 0,9^n.$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. En déduire que la suite (u_n) est croissante.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Exercice 7 (1 point bonus)

Niveau 4

Montrer que 0,33333333... est un nombre rationnel.

.....

.....

.....

.....