Évaluation n°2 - 20 sept 2023 (1h30)

**Exercice 1 (10 points) Asie 24 mars 2023**  Sujet 2

*Marie Sklodowska-Curie () est une physicienne (mais aussi chimiste et mathématicienne), polonaise naturalisée française.*

Deux Prix Nobel lui ont été décernés: un en Physique (partagé avec son mari et Henri Becquerel) en et un en Chimie en pour la découverte de deux nouveaux éléments, le polonium (nom donné en hommage à ses origines) et le radium.

On décide d’étudier le rayonnement radioactif du polonium lors de la désintégration des noyaux atomiques au cours du temps.

Au début de l’expérience, on dispose d’un morceau de g de polonium.

On sait que g de polonium contient noyaux atomiques.

On admet que, au bout de 24 heures, des noyaux se sont désintégrés et que, pour compenser cette disparition, on ajoute alors g de polonium.

On modélise la situation à l’aide d’une suite ; on note le nombre de noyaux contenus dans le polonium au début de l’expérience.

Pour désigne le nombre de noyaux contenus dans le polonium au bout de jours écoulés.

1. (a) Vérifier que .

(b) Expliquer que, pour tout nombre entier naturel , on a

1. (a) Démontrer, par récurrence sur , que .

(b) En déduire que la suite est convergente.

1. On considère la suite définie, pour tout entier naturel , par :

(a) Montrer que la suite est géométrique de raison .

(b) En déduire que, pour tout entier naturel .

(c) En déduire la limite de la suite et interpréter le résultat dans le contexte de l’exercice.

**Exercice 2 LA RÉUNION 29 mars 2023** Sujet 2

On considère la suite définie par et, pour tout entier naturel ,

1. Calculer .
2. Soit la fonction définie sur l’intervalle par :

Ainsi, pour tout entier naturel , on a : .

On admet que la fonction est strictement croissante sur l’intervalle .

1. En déduire que pour tout réel , on a .
2. Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a .
3. On admet que, pour tout entier naturel , on a :

* 1. Démontrer que la suite est décroissante.
  2. En déduire que la suite est convergente.

1. On définit la suite pour tout entier naturel par :

(a) Calculer .

(b) Démontrer que est une suite géométrique de raison .

(c) Déterminer, en justifiant, la limite de .

En déduire la limite de .