**Devoir commun de seconde du 23/09/2023.**

**L’usage de la calculatrice est autorisé.**

**Durée 2 heures.**

**Le sujet doit obligatoirement ête rendu avec la copie.**

**NOM :………………………... Prénom :……………………….**

**Exercice 1. (18 points)**

Dans cet exercice les questions sont indépendantes.

Détailler les étapes en justifiant soigneusement.

1. Calculer en détaillant :

$$\begin{matrix}A=6+2×4=6+8=14 ;& B=\left(2+4\right)×\left(-3+5\right)=6×2=12\\C=2×3^{2}=2×9=18 ;& D=\left(-2+3×\left(-1+3\right)\right)×4=\left(-2+3×2\right)×4=4×4=16\end{matrix}$$

1. Calculer en détaillant.

$$\begin{matrix}E=\frac{2}{5}+\frac{3}{7}=\frac{2×7}{5×7}+\frac{3×5}{7×5}=\frac{14+15}{35}=\frac{29}{35}&F=\frac{2+4}{4}=\frac{6}{4}=\frac{3×2}{2×2}=\frac{3}{2}\\G=\frac{3+5}{3×5}-2=\frac{8}{15}-2=\frac{8}{15}-\frac{2×15}{1×15}=\frac{8-30}{15}=-\frac{22}{15}&H=\frac{-3-2}{3}×\frac{-1}{3}=\frac{-5}{3}×\frac{-1}{3}=\frac{5}{9}\end{matrix}$$

1. Exprimer les nombres sous la forme $3^{n}$ avec $n\in Z$.

$$\begin{matrix}I=3^{12}×3^{210}=3^{12+210}=3^{222}&J=3^{2}×3^{-23}=3^{2-23}=3^{-21}\\K=\frac{3^{101}}{3^{56}}=3^{101-56}=3^{45}&L=\frac{3^{-12}}{3^{-48}}=3^{-12-\left(-48\right)}=3^{-12+48}=3^{36}\\M=\frac{3^{5}×3^{4}}{3^{-14}×3^{10}}=\frac{3^{5+4}}{3^{-14+10}}=\frac{3^{9}}{3^{-4}}=3^{9-(-4)}=3^{13}&\end{matrix}$$

1. Donner l’écriture scientifique des nombres suivants sans justification,

$$\begin{matrix}\left(a\right)12 milliards=1,2×10^{10}&\left(b\right)123,089=1,23089×10^{2}&\left(c\right)0,13×10^{23}=1,3×10^{22}\end{matrix}$$

et justifiez que

$$\begin{matrix}\left(d\right)\frac{120×10^{5}}{3×10^{123}}=4×10^{-117};&\left(e\right)\frac{35×10^{3}×3×10^{5}}{21×10^{-1}}=5×10^{9}.\end{matrix}$$

$$\left(d\right) \begin{matrix}\frac{120×10^{5}}{3×10^{123}}=\frac{120}{3}×10^{5-123}=40×10^{-118}=4×10×10^{-118}=4×10^{-117}\end{matrix}$$

$$\left(e\right) \frac{35×10^{3}×3×10^{5}}{21×10^{-1}}=\frac{5×7×3×10^{8}}{3×7×10^{-1}}=\frac{5×10^{8}}{10^{-1}}=5×10^{8-\left(-1\right)}=5×10^{9}$$

**Exercice 2. (13 points)**

Dans cet exercice les questions sont indépendantes.

1. Évaluer l’expression littérale pour la valeur de $x$ proposée.

Exemple : si $x=1$ alors $x+1=2$.

$$\begin{matrix}\left(a\right) Si x=4 alors 3x^{2}+x+1= &\left(b\right) Si x=-2 alors \frac{x^{2}+1}{3}=\end{matrix}$$

1. Résoudre les équations suivantes.

$$\left(a\right) 2x+1=3 ⇔ 2x=2 ⇔ x=1 donc $$

$$\left(b\right) -3x+2=-5-5x ⇔ -3x+5x=-5-2 ⇔ 2x=-7$$

$$ ⇔ x=-\frac{7}{2} donc $$

$$\left(c\right) \left(x-7\right)\left(2x-3\right)=0 ⇔ x-7=0 ou 2x-3=0 ⇔ x=7 ou 2x=3$$

$$⇔ x=7 ou x=\frac{3}{2} donc $$

1. Donner une expression développée, ordonnée et réduite des expressions littérales suivantes.

$$\begin{matrix}R\left(x\right)=-3\left(-2x+3\right)x=\left(6x-9\right)x=\\S\left(x\right)=\left(2x-1\right)\left(3-x\right)=6x-2x^{2}-3+x=\\U\left(x\right)=\left(x-1\right)^{2}-\left(x+1\right)^{2}=\left(x^{2}-2x+1\right)-\left(x^{2}+2x+1\right)=\\T\left(x\right)=\left(2-3x\right)^{2}=2^{2}-2×2×3x+\left(3x\right)^{2}=\end{matrix}$$

1. Factoriser les expressions littérales suivantes.

$$\begin{matrix}V\left(x\right)&=4x^{2}-2x=2×2×x×x-2×x×1=\\W\left(X\right)&=16x^{2}+16x+4=4\left(4x^{2}+4x+1\right)=4\left(\left(2x\right)^{2}+2×2x×1×1^{2}\right)=\\Y\left(x\right)&=4x^{2}-\left(x+1\right)^{2}=\left(2x\right)^{2}-\left(x+1\right)^{2}=\left(\left(2x\right)-\left(x+1\right)\right)\left(\left(2x\right)+\left(x+1\right)\right)\\&=\left(2x-x-1\right)\left(2x+x+1\right)=\\Z\left(x\right)&=\left(x+1\right)\left(x^{2}+1\right)-2x\left(x+1\right)=\left(x+1\right)\left(\left(x^{2}+1\right)-2x\right)=\left(x+1\right)\left(x^{2}-2x+1\right)\\&=\end{matrix}$$

**Exercice 3. (5 points)**

On considère le programme de calcul suivant rédigé en Python :

|  |
| --- |
| a=5b=a+2b=b\*\*2b=b-a\*\*2 |

*Rappel : la notation en Python « 3\*\*2 » signifie «* $3^{2}$*».*

On modifie la valeur choisie pour a en début de programme.

1. Si on choisit $a=2$ comme nombre de départ, vérifier qu’on obtient $12$ comme résultat. On pourra compléter le tableau d’état des variables donné en annexe pour s’aider.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | a | b |
| a=2 | $$2$$ |  |
| b=a+2 |  | $$4$$ |
| b=b\*\*2 |  | $$16$$ |
| b=b-a\*\*2 |  | $$16-2^{2}=12$$ |

1. Si on choisit $a=-8$ comme nombre de départ, quel résultat obtient-on ?

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | a | b |
| a=-8 | $$-8$$ |  |
| b=a+2 |  | $$-6$$ |
| b=b\*\*2 |  | $$\left(-6\right)^{2}=36$$ |
| b=b-a\*\*2 |  | $$36-\left(-8\right)^{2}=-28$$ |

1. Si l’on choisit $a=x$ comme nombre de départ, exprimer en fonction de $x$, le résultat final de ce programme de calcul.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | a | b |
| a=$x$ | $$x$$ |  |
| b=a+2 |  | $$x+2$$ |
| b=b\*\*2 |  | $$\left(x+2\right)^{2}$$ |
| b=b-a\*\*2 |  | $$\left(x+2\right)^{2}-x²$$ |

1. Montrer que $\left(x+2\right)^{2}-x^{2}=4x+4$.

$$\left(x+2\right)^{2}-x^{2}=\left(x^{2}+4x+4\right)-x^{2}=4x+4$$

1. Quelle valeur faut-il choisir pour $a$ pour que le programme donne $-3$ ?

Il faut résoudre $4x+4=-3$

$$4x+4=-3 ⟺ 4x=-7 ⟺ x=-\frac{7}{4}$$

Il faut donc choisir $a=-\frac{7}{4}$

**Exercice 4. (4 points)**

**1)** Justifier que 330 n’est pas un nombre premier.

$330$ est divisible par 10, il n’est donc pas premier.

La décomposition en produit de facteurs premiers de 504 est : $504=2^{3}×3^{2}×7.$

1. Décomposer 330 en produit de facteurs premiers.

$$330=2×3×5×11$$

1. Donner la forme irréductible de $\frac{330}{504}$.

$$\frac{330}{504}=\frac{2×3×5×11}{2^{3}×3^{2}×7}=\frac{5×11}{4×3×7}=\frac{55}{84}$$

1. Justifier que 165 divise 330.

$$330=165×2 $$

Donc 165 divise 330.

1. Justifier que 165 ne divise pas 504.

5 divise 165 mais pas 504 donc 165 ne divise pas 504.

**Annexe de l’exercice 3.**

Tableau d’état des variables.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | a | b |
| a=5 | $$5$$ |  |
| b=a+2 |  | $$7$$ |
| b=b\*\*2 |  | $$49$$ |
| b=b-a\*\*2 |  | $$49-5^{2}=24$$ |

**Exercice 1 et calculatrice**

****

