

Exercice 1 – Développer et réduire (2 points)

Développer et réduire chaque expression.

a) $A = (x - 3)(2x + 1)$

$$A = x \times 2x + x \times 1 - 3 \times 2x - 3 \times 1 = 2x^2 + x - 6x - 3 = \boxed{2x^2 - 5x - 3}$$

c) $B = 2(1 - 3x)(1 + 3x)$

Avec une identité remarquable :

$$C = 2(1^2 - (3x)^2) = 2(1 - 9x^2) = \boxed{-18x^2 + 2}$$

Sans identité remarquable :

$$C = 2(1 \times 1 + 1 \times 3x - 3x \times 1 - 3x \times 3x) = 2(1 - 9x^2) = \boxed{-18x^2 + 2}$$

Exercice 2 – Facteur commun (2 points)

Repérer un facteur commun et factoriser.

a) $A = x^2 - 10x$

$$A = x \times x - 10 \times x = \boxed{x(x - 10)}$$

b) $B = (x + 3)^2 - (x - 1)(x + 3)$

$$B = (x + 3)(x + 3) - (x + 3)(x - 1) = (x + 3)((x + 3) - (x - 1)) = \boxed{4(x + 3)}$$

Exercice 3 – Développer à l'aide d'une identité remarquable (3 points)

En utilisant une identité remarquable, développer les expressions suivantes.

a) $A = (2 + 3x)^2$

$$A = 2^2 + 2 \times 3 \times x + (3x)^2 = \boxed{9x^2 + 6x + 4}$$

b) $B = (1 - 4x)^2$

$$B = 1^2 - 2 \times 1 \times 4x + (4x)^2 = \boxed{16x^2 - 8x + 1}$$

c) $C = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}x\right)\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}x\right)$

$$C = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{3}x\right)^2 = \boxed{\frac{1}{4} - \frac{1}{9}x^2}$$

Exercice 4 – Résoudre les équations suivantes (2 points)

$$a) (x - 3)(2x + 1) = 0 \Leftrightarrow (x - 3 = 0 \text{ ou } 2x + 1 = 0) \Leftrightarrow \boxed{x = 3 \text{ ou } x = -\frac{1}{2}}$$

$$b) (2x - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \boxed{x = \frac{1}{2}}$$

Exercice 5 – Résoudre les équations suivantes (3 points)

$$a) (x - 3)^2 = 16 \Leftrightarrow x - 3 = 4 \text{ ou } x - 3 = -4 \Leftrightarrow x = 7 \text{ ou } x = -1$$

$$\boxed{S = \{7; -1\}}$$

$$\begin{aligned} b) (2x - 1)^2 - 64 = 0 &\Leftrightarrow (2x - 1)^2 = 64 \\ &\Leftrightarrow 2x - 1 = 8 \text{ ou } 2x - 1 = -8 \\ &\Leftrightarrow 2x = 9 \text{ ou } 2x = -7 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{9}{2} \text{ ou } x = -\frac{7}{2} \end{aligned}$$

$$\boxed{S = \left\{ \frac{9}{2}; -\frac{7}{2} \right\}}$$

Exercice 6 – Résoudre les équations suivantes (4,5 points)

$$a) \frac{2x + 1}{x + 1} = 0$$

$$\text{Il faut } x + 1 \neq 0 \Leftrightarrow \boxed{x \neq -1}$$

$$\frac{2x + 1}{x + 1} = 0 \Leftrightarrow 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow 2x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$-\frac{1}{2} \neq -1 \text{ donc } \boxed{S = \left\{ -\frac{1}{2} \right\}}$$

$$b) \frac{1 - 3x}{x + 1} = 2$$

$$\text{Il faut } x + 1 \neq 0 \Leftrightarrow \boxed{x \neq -1}$$

$$\frac{1 - 3x}{x + 1} = 2 \Leftrightarrow \frac{1 - 3x}{x + 1} = \frac{2(x + 1)}{x + 1} \Leftrightarrow 1 - 3x = 2x + 2 \Leftrightarrow -1 = 5x \Leftrightarrow x = -\frac{1}{5}$$

$$-\frac{1}{5} \neq -1 \text{ donc } \boxed{S = \left\{ -\frac{1}{5} \right\}}$$

$$c) \frac{3x + 1}{1 - x} - 1 = 3$$

$$\text{Il faut } 1 - x \neq 0 \Leftrightarrow \boxed{x \neq 1}$$

$$\begin{aligned} \frac{3x + 1}{1 - x} - 1 = 3 &\Leftrightarrow \frac{3x + 1}{1 - x} - \frac{1 - x}{1 - x} = \frac{3(1 - x)}{1 - x} \Leftrightarrow \frac{3x + 1 - 1 + x}{1 - x} = \frac{3 - 3x}{1 - x} \\ &\Leftrightarrow 4x = 3 - 3x \Leftrightarrow 7x = 3 \Leftrightarrow x = \frac{3}{7} \end{aligned}$$

$$\frac{3}{7} \neq 1 \text{ donc } \boxed{S = \left\{ \frac{3}{7} \right\}}$$

Exercice 7 - Mise en équation et résolution (2 points)

Si l'on augmente de 2 cm le côté d'un carré, son aire augmente de 16 cm². Quelle est la mesure du côté du carré initial ?

Soit c la longueur du côté du carré son aire est alors égale à c^2 .

D'après l'énoncé,

$$\text{Nouvelle aire} = \text{Ancienne aire} + 16 \Leftrightarrow (c + 2)^2 = c^2 + 16$$

$$\text{Or } (c + 2)^2 = c^2 + 4c + 4$$

$$\text{Donc } (c + 2)^2 = c^2 + 16 \Leftrightarrow c^2 + 4c + 4 = c^2 + 16 \Leftrightarrow 4c + 4 = 16 \Leftrightarrow 4c = 12 \Leftrightarrow c = 3$$

La mesure du côté du carré initial est donc de 3 cm

Exercice 8 – Python (1,5 point)

On considère le script Python suivant :

```
1  if p > 50:
2      p = p - 10
3  else:
4      p = p - 5
5  print(p)
```

Quel sera l'affichage si l'on rentre $p = 20$?

Il sera 15 car $20 < 50$ donc on fait $20 - 5$

Quel sera l'affichage si l'on rentre $p = 60$?

Il sera 50 car $60 > 50$ donc on fait $60 - 10$

Exercice 9 – BONUS DIFFICILE (1 point)

Résoudre dans \mathbb{R} l'équation :

$$\frac{4x^2 - 12x + 9}{x^2 + 2x + 1} = 4$$

Il faut $x^2 + 2x + 1 \neq 0$

$$x^2 + 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x + 1)^2 = 0 \Leftrightarrow x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$$

Il faut donc $x \neq -1$

$$\begin{aligned} \frac{4x^2 - 12x + 9}{x^2 + 2x + 1} = 4 &\Leftrightarrow 4x^2 - 12x + 9 = 4(x^2 + 2x + 1) \\ &\Leftrightarrow 4x^2 - 12x + 9 = 4x^2 + 8x + 4 \\ &\Leftrightarrow -12x + 9 = 8x + 4 \\ &\Leftrightarrow -20x = -5 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{-5}{-20} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

$\frac{1}{4} \neq -1$ donc $S = \left\{ \frac{1}{4} \right\}$