**Évaluation Maths Expertes du mardi 26 septembre 2023**

**Calculatrice interdite**

**Exercice 1 – QCM à réponse unique**

1. La forme algébrique du complexe $z=i\left(2i-3\right) $est :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| $$a) \left(-3+2i\right)i $$ | $$b) 2+3i$$ | $$c) 2-3i$$ | $$d) -2-3i$$ |

1. Soient $z\_{1}=2+3i$ et $z\_{2}=1-2i$ deux nombres complexes. La forme algébrique de $z\_{1}z\_{2}$ est :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| $$a) -4-i$$ | $$b) 8-i$$ | $$c) 2+6i$$ | $$d) 8+i$$ |

1. La partie imaginaire de $\frac{2+3i}{1-2i}$ est égale à :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| $$a)-\frac{3}{2}$$ | $$b) -\frac{3}{2}i$$ | $$c) \frac{7}{5}i $$ | $$d) \frac{7}{5}$$ |

1. Le conjugué de $\left(1-i\right)\left(1+i\right)$ est :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| $$a) 2$$ | $$b) 0$$ | $$c) -2$$ | $$d) 1+i$$ |

1. Le nombre complexe $i^{4}$ est égal à :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| $$a) -1$$ | $$b) -i$$ | $$c) 4i$$ | $$d) 1$$ |

1. Soit $z$ un nombre complexe. Le nombre complexe $z×\overline{z}$ est un :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| $$a) Imaginaire pur$$ | $$b) Réel positif$$ | $c) $Entier naturel | $$d) Réel négatif$$ |

1. Soit $z$ un nombre complexe. Le nombre complexe $z+\overline{z}$ est un :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| $$a) Imaginaire pur$$ | $$b) Réel $$ | $c) $Entier naturel | $$d) Complexe non réel$$ |

1. Soit $P$ le polynôme défini dans $C$ par $P\left(z\right)=z^{3}-1$. Alors le polynôme $P$ se factorise par :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| $$a) z+1$$ | $$b) z-1$$ | $$c) z^{2}-1$$ | $$d) z^{2}+1$$ |

1. Soit $P$ le polynôme défini dans $C$ par $P\left(z\right)=z^{4}+3z^{2}-4$. Alors le polynôme $P$ se factorise par :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| $$a) z+1$$ | $$b) z-1$$ | $$c) z+2$$ | $$d) z-2$$ |

1. Soit $P$ le polynôme défini dans $C$ par $P\left(z\right)=2z^{4}-3z^{2}+2z-1$. On admet que le polynôme est factorisable par $\left(z-1\right)$ donc $P\left(z\right)=\left(z-1\right)×Q(z)$ avec $Q(z)$ égal à :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| $$a)2z^{3}+2z^{2}-z+1 $$ | $$b) 2z^{3}-2z^{2}-z+1 $$ | $$c) 2z^{3}-2z^{2}+z+1 $$ | $$d) 2z^{3}-2z^{2}+z-1 $$ |

**Exercice 2 – Mettre sous forme algébrique les nombres complexes suivants.**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| $$a=i-(2-5i) $$ | $$b=3\left(1+2i-\left(4+i\right)\right)$$ | $$c=2i^{2}+i+2\left(1-2i\right) $$ |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| $$d=i^{3}-1$$ | $$e=\frac{4+i}{2+i} $$ | $$f=\frac{6+4i}{1-i}$$ |

**Exercice 3**

Résoudre dans $C$ chacune des équations suivantes.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| $$z\left(2+i\right)=3z-5 $$ | $$2z^{2}=3z-3$$ | $$2z-1=\overline{z}+1$$ |

**Exercice 4**

Soit $P$ le polynôme défini sur $C$ par $P\left(z\right)=z^{4}+z^{3}+2z^{2}+z+1$.

Peut-on factoriser $P$ par $\left(z-i\right)$ ? Justifier.

**Exercice 5**

Montrer que 1 est une racine du polynôme $P$, puis factoriser $P$ en produit de polynômes de degré 1.

$$P\left(z\right)=2z^{3}-14z^{2}+38z-26$$

**Question Bonus**

Calculer $\left(1+i\right)^{12}$