|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Seconde F | Évaluation de mathématiques n°4 - Repérage30 mn | 31/11/2022 |

NOM :……………………. Prénom :………………………

**Exercice 1**

1. Dans le repère ci-dessous, lire les coordonnées des points A et B.

$A(-1 ;2)$ et $B(2 ; -1)$

1. Placer les points C et D tels que $C(-2 ; -1)$ et $D(6 ; 2)$.



**Exercice 2**

1. Écrire la formule donnant les coordonnées du milieu d’un segment $[AB] $où $A\left(x\_{A} ;y\_{A}\right) et B(x\_{B} ;y\_{B} )$ .

Soit $I(x\_{I} ;y\_{I})$ le milieu de $[AB]$ alors $x\_{I}=\frac{x\_{A}+x\_{B}}{2}$ et $y\_{I}=\frac{y\_{A}+y\_{B}}{2}$.

1. Écrire la formule permettant de calculer la distance $AB$.

$$AB=\sqrt{\left(x\_{B}-x\_{A}\right)^{2}+\left(y\_{B}-y\_{A}\right)^{2}}$$

1. Dans quel type de repère peut-on utiliser cette formule ?

La formule du milieu est valable dans un repère quelconque.

La formule de la distance n’est valable que dans un repère orthonormé.

1. Application directe : Soit $A(2 ;-3)$ et $B(-1; 2)$.

Calculer, en détaillant vos calculs, les coordonnées du milieu I de [AB] ainsi que la distance AB.

* $I\left(\frac{2+\left(-1\right)}{2} ;\frac{\left(-3\right)+2}{2}\right)$ soit $I\left(\frac{1}{2} ;-\frac{1}{2}\right)$
* $AB=\sqrt{\left(-1-2\right)^{2}+\left(2-\left(-3\right)\right)^{2}}=\sqrt{\left(-3\right)^{2}+5^{2}}=\sqrt{9+25}=\sqrt{34}$

**Exercice 3**

$(O , I,J)$ est un repère orthonormé. On donne $A(-1 ;2)$ , $B(1 ; -1)$ et $C\left(2 ;4\right) et D(4 ;1)$

 

1. Donner, à l’aide de la calculatrice, les valeurs exactes des distances $AB, AC$ et $BC$.

$$AB=\sqrt{\left(1-\left(-1\right)\right)^{2}+\left(-1-2\right)^{2}}=\sqrt{4+9}=\sqrt{13}$$

$$ AC=\sqrt{13} et BC=\sqrt{26}$$

1. Déterminer en justifiant, la nature du triangle $ABC$.
* $AB=AC=\sqrt{13}$ donc le triangle $ABC$ est isocèle en $A$.
* $AB^{2}=13$ ; $AC^{2}=13$ et $BC^{2}=26$ donc $BC^{2}=AC^{2}+AB²$ ce qui prouve, d’après la réciproque du théorème de Pythagore que le triangle est rectangle en $A$.

Le triangle $ABC$ est donc rectangle isocèle de sommet principal $A$.

1. Construire sur la figure :
* **Le projeté orthogonal H du point A sur la droite (AB)**
1. Montrer $ABDC$ est un parallélogramme.

Soit $I$ le milieu du segment $\left[AD\right], I $admet pour coordonnées : $I \left(\frac{-1+4}{2} ;\frac{2+1}{2}\right)$ soit $I\left(\frac{3}{2} ;\frac{3}{2}\right).$

Soit $J$ le milieu du segment $\left[BC\right], I $admet pour coordonnées : $J \left(\frac{1+2}{2} ;\frac{-1+4}{2}\right)$ soit $I\left(\frac{3}{2} ;\frac{3}{2}\right).$

$I=J$ donc les diagonales $\left[AD\right] et \left[BC\right]$ ont le même milieu ce qui prouve que $ABDC$ est un parallélogramme.

**Exercice 4 – Géométrie non repérée**

On considère un rectangle $ABCD$ avec $AB = 6$ et $BC = 3$.
On projette orthogonalement le point $B$ sur $(AC)$ en un point $H$ .

1. Calculer l'aire du triangle $ABC$.

Le triangle $ABC$ est rectangle en $B$ donc $Aire\left(ABC\right)=\frac{AB×BC}{2}=\frac{6×3}{2}=9$

1. Déterminer la longueur de la diagonale $[AC].$

D’après le Théorème de Pythagore dans le triangle $ABC$ rectangle en $B $:

$$AC^{2}=AB^{2}+BC^{2} ⟺ AC^{2}=6^{2}+3^{2}=45 ⟺ AC=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$$

1. En déduire la longueur $BH$.

$$Aire\left(ABC\right)=\frac{AB×BC}{2}=\frac{AC×BH}{2} ⟺ 9=\frac{3\sqrt{5}×BH}{2} ⟺ BH=\frac{18}{3\sqrt{5}}=\frac{6\sqrt{5}}{5}$$

**Exercice 5 – Géométrie repérée**

On considère les points $A\left(1 ;4\right) , B\left(4 ;6\right) et C\left(2 ;3\right)$.

Déterminer les coordonnées du point D tel que le quadrilatère ABCD soit un parallélogramme.

$ABCD$ est un parallélogramme donc ses diagonales $[AC]$ et $[BD]$ ont le même milieu $I$.

$$x\_{I}=\frac{x\_{A}+x\_{C}}{2}=\frac{1+2}{2}=\frac{3}{2} et y\_{I}=\frac{y\_{A}+y\_{C}}{2}=\frac{4+3}{2}=\frac{7}{2}$$

On a également :

$$x\_{I}=\frac{x\_{B}+x\_{D}}{2}=\frac{4+x\_{D}}{2} et y\_{I}=\frac{y\_{B}+y\_{D}}{2}=\frac{6+y\_{D}}{2}$$

Donc :

$$\frac{4+x\_{D}}{2}=\frac{3}{2} ⟺ 4+x\_{D}=3 ⟺ x\_{D}=-1 et \frac{6+y\_{D}}{2}=\frac{7}{2} ⟺ y\_{D}=1$$

Donc $D$ a pour coordonnées $(-1 ;1)$.

**Exercice 4 – Calculer et écrire le résultat sous forme d’une fraction irréductible**

$$\frac{a+1}{a}+\frac{a-1}{3}=\frac{\left(a+1\right)×3}{a×3}+\frac{\left(a-1\right)×a}{3×a}=\frac{3a+3+a^{2}-a}{3a}=\frac{a^{2}+2a+3}{3a}$$