Seconde F	Évaluation de mathématiques n°4 - Repérage 30 mn	31/11/2022

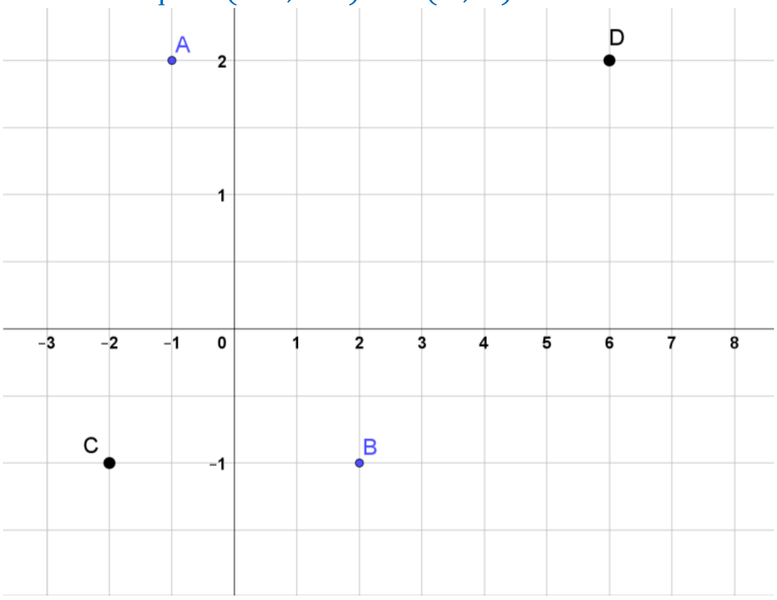
NOM :…………………… Prénom :………………………

Exercice 1

1. Dans le repère ci-dessous, lire les coordonnées des points A et B.

$A(-1\,;2)$ et $B(2\,;\,-1)$

2. Placer les points C et D tels que $C(-2\,;\,-1)$ et $D(6\,;\,2)$.



Exercice 2

1. Écrire la formule donnant les coordonnées du milieu d'un segment $[AB]$ où $A(x_A\,;y_A)$ et $B(x_B\,;y_B\,)$.

Soit $I(x_I\,;y_I)$ le milieu de $[AB]$ alors $x_I = \frac{x_A+x_B}{2}$ et $y_I = \frac{y_A+y_B}{2}$.

2. Écrire la formule permettant de calculer la distance AB.

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

3. Dans quel type de repère peut-on utiliser cette formule ?

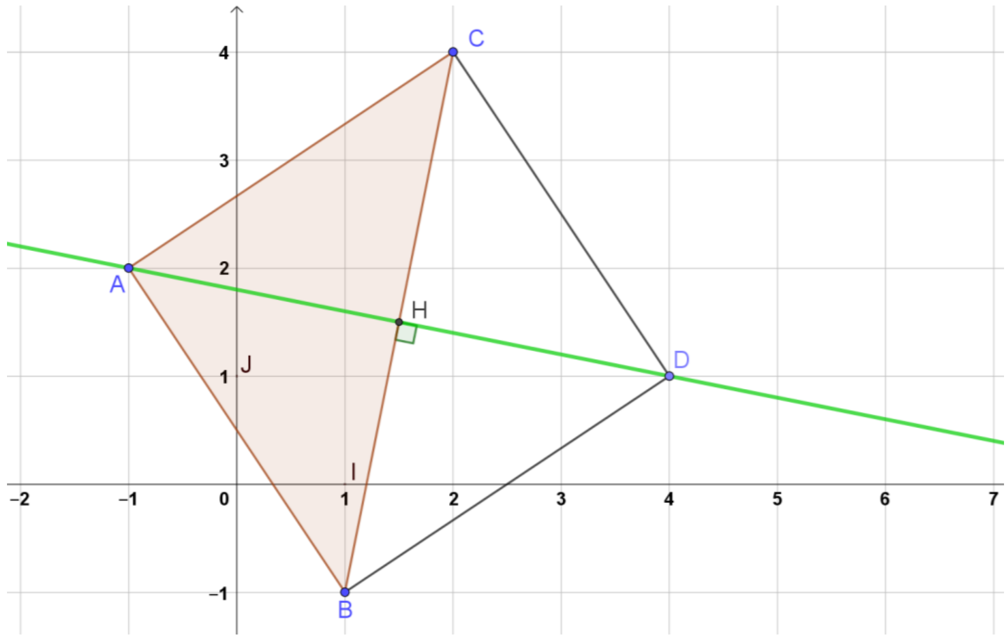
La formule du milieu est valable dans un repère quelconque.
La formule de la distance n'est valable que dans un repère orthonormé.

4. Application directe : Soit $A(2\,;-3)$ et $B(-1;\,2)$.
Calculer, en détaillant vos calculs, les coordonnées du milieu I de [AB] ainsi que la distance AB.

- $I\left(\frac{2+(-1)}{2}\,;\frac{(-3)+2}{2}\right)$ soit $I\left(\frac{1}{2}\,;-\frac{1}{2}\right)$
- $AB = \sqrt{(-1-2)^2 + \left(2-(-3)\right)^2} = \sqrt{(-3)^2 + 5^2} = \sqrt{9+25} = \sqrt{34}$

Exercice 3

$(O\ ,I,J)$ est un repère orthonormé. On donne $A(-1\ ;2)$, $B(1\ ;\ -1)$ et $C(2\ ;4)$ et $D(4\ ;1)$



1. Donner, à l'aide de la calculatrice, les valeurs exactes des distances AB, AC et BC.

$$AB = \sqrt{\left(1-(-1)\right)^2 + (-1-2)^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$$

$$AC = \sqrt{13} \quad et \quad BC = \sqrt{26}$$

2. Déterminer en justifiant, la nature du triangle ABC.

- $AB = AC = \sqrt{13}$ donc le triangle ABC est isocèle en A.
- $AB^2 = 13$; $AC^2 = 13$ et $BC^2 = 26$ donc $BC^2 = AC^2 + AB^2$ ce qui prouve, d'après la réciproque du théorème de Pythagore que le triangle est rectangle en A.

Le triangle ABC est donc rectangle isocèle de sommet principal A.

3. Construire sur la figure :

- **Le projeté orthogonal H du point A sur la droite (AB)**

4. Montrer $ABDC$ est un parallélogramme.

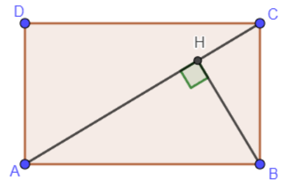
Soit I le milieu du segment $[AD]$, I admet pour coordonnées : $I\left(\frac{-1+4}{2}\ ;\frac{2+1}{2}\right)$ soit $I\left(\frac{3}{2}\ ;\frac{3}{2}\right)$.

Soit J le milieu du segment $[BC]$, I admet pour coordonnées : $J\left(\frac{1+2}{2}\ ;\frac{-1+4}{2}\right)$ soit $I\left(\frac{3}{2}\ ;\frac{3}{2}\right)$.

$I = J$ donc les diagonales $[AD]$ et $[BC]$ ont le même milieu ce qui prouve que $ABDC$ est un parallélogramme.

Exercice 4 – Géométrie non repérée

On considère un rectangle $ABCD$ avec $AB = 6$ et $BC = 3$.
On projette orthogonalement le point B sur (AC) en un point H .



1. Calculer l'aire du triangle ABC.

Le triangle ABC est rectangle en B donc $Aire(ABC) = \frac{AB\times BC}{2} = \frac{6\times 3}{2} = 9$

2. Déterminer la longueur de la diagonale $[AC]$.

D'après le Théorème de Pythagore dans le triangle ABC rectangle en B :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \iff AC^2 = 6^2 + 3^2 = 45 \iff AC = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

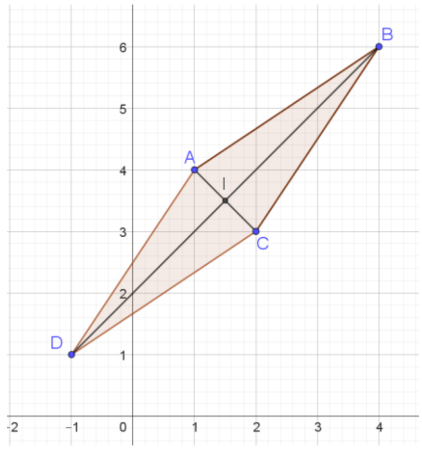
3. En déduire la longueur BH.

$$Aire(ABC) = \frac{AB \times BC}{2} = \frac{AC \times BH}{2} \iff 9 = \frac{3\sqrt{5} \times BH}{2} \iff BH = \frac{18}{3\sqrt{5}} = \frac{6\sqrt{5}}{5}$$

Exercice 5 – Géométrie repérée

On considère les points $A(1\,;4)$, $B(4\,;6)$ et $C(2\,;3)$.

Déterminer les coordonnées du point D tel que le quadrilatère ABCD soit un parallélogramme.



$ABCD$ est un parallélogramme donc ses diagonales $[AC]$ et $[BD]$ ont le même milieu I.

$$x_I = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2} \quad et \quad y_I = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{4+3}{2} = \frac{7}{2}$$

On a également :

$$x_I = \frac{x_B + x_D}{2} = \frac{4 + x_D}{2} \quad et \quad y_I = \frac{y_B + y_D}{2} = \frac{6 + y_D}{2}$$

Donc :

$$\frac{4 + x_D}{2} = \frac{3}{2} \iff 4 + x_D = 3 \iff x_D = -1 \quad et \quad \frac{6 + y_D}{2} = \frac{7}{2} \iff y_D = 1$$

Donc D a pour coordonnées $(-1\,;1)$.

Exercice 4 – Calculer et écrire le résultat sous forme d'une fraction irréductible

$$\frac{a+1}{a} + \frac{a-1}{3} = \frac{(a+1)\times 3}{a \times 3} + \frac{(a-1)\times a}{3 \times a} = \frac{3a + 3 + a^2 - a}{3a} = \frac{a^2 + 2a + 3}{3a}$$