**Devoir commun de mathématiques : Enseignement de spécialité classe de première**

**Exercice n°1.**

Le plan est rapporté au repère $\left(O;I, J\right)$

1. Dans le repère donné en annexe, on donne la droite $d$ d’équation $y=\frac{2}{3}x+2$
2. Préciser son coefficient directeur et donner un de ses vecteurs directeurs $\vec{u}$.

Le coefficient directeur de $d$ est égal à $\frac{2}{3}$ et $\vec{u} \left(1 ;\frac{2}{3}\right)$ est un vecteur directeur de $d$.

1. Monter que le vecteur $\vec{w}\left(\begin{matrix}2022\\1348\end{matrix}\right)$ est un autre vecteur directeur de la droite $d$.

$1348=2022×\frac{2}{3}$ donc $\vec{w}=2022 \vec{u}$ ce qui prouve que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires et, par conséquent, $\vec{w} $est un autre vecteur directeur de la droite $d$.

1. Montrer, à l’aide d’un calcul, que les points $A\left(3;4\right)$ et $B\left(-3;0\right)$ sont des points de *d.*

$$\frac{2}{3}×3+2=4 soit y\_{A}=\frac{2}{3}x\_{A}+2 donc A\left(3 ;4\right)\in d$$

$$\frac{2}{3}×\left(-3\right)+2=0 soit y\_{B}=\frac{2}{3}x\_{B}+2 donc B\left(-3 ;0\right)\in d$$

1. ***a***. Construire la droite $∆$ passant par le point $D\left(2;1\right)$ et de vecteur directeur $\vec{v}\left(\begin{matrix}-6\\-4\end{matrix}\right)$.



1. Déterminer une équation cartésienne de $∆$.

Une équation cartésienne de $Δ$ est de la forme $ax+by+c=0$ où $\vec{u}(-b ;a)$ est un vecteur directeur : on peut donc choisir $b=6$ et $a=-4$ à savoir, $d :-4x+6y+c=0$.

On sait de plus que $D\left(2 ;1\right)\in Δ$ donc $-4×2+6×1+c=0$ soit $c=2$.

Finalement une équation cartésienne de $Δ$ est $-4x+6y+2=0$.

1. Démontrer que les droites $d$ et $∆$ sont parallèles.

$\vec{u} \left(1 ;\frac{2}{3}\right)$ est un vecteur directeur de $d$ et $\vec{v}\left(-6 :-4\right)$ est directeur de $Δ$.

Il est immédiat que $-6\vec{u}=\vec{v}$ donc les vecteurs sont colinéaires et les droites $d$ et $∆$ sont donc parallèles.

1. On considère la droite $d$’ d’équation cartésienne $ax-2y+3=0$, ou *a* est un réel.
2. Déterminer le réel $a$ pour que $d’$ passe par le point $B$.

$$B\left(-3;0\right)\in d^{'} ⟺ ax\_{B}-2y\_{B}+3=0 ⟺ -3a+3=0 ⟺ a=1$$

1. Déterminer l’équation réduite de la droite $∆'$ passant par A et parallèle à$d$’.

$∆'$ et $d$’ sont parallèles, elles admettent donc le même coefficient directeur.

$$x-2y+3=0 ⟺ 2y=x+3 ⟺ y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$$

Le coefficient directeur de $d^{'}$ est donc égal à $\frac{1}{2}$.

L’équation réduite de $Δ'$ est donc de la forme : $y=\frac{1}{2}x+p.$

$$A\left(3 ;4\right)\in Δ^{'}⟺ 4=\frac{1}{2}×3+p ⟺ p=4-\frac{3}{2}=\frac{5}{2}$$

L’équation réduite de $Δ'$ est donc $y=\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$

 **Exercice n°2.**

Soit$ f $la fonction définie sur ***R*** par $f(x)=x^{2}+1$ et $h$ un réel non nul. La courbe représentative de la fonction $f$ notée $C\_{f}$ est donnée ci-contre.

1. Calculer $f\left(-2\right)$ et $f\left(-2+h\right)$

$$f\left(-2\right)=\left(-2\right)^{2}+1=5$$

$$f\left(-2+h\right)=\left(-2+h\right)^{2}+1=4-4h+h^{2}+1=h^{2}-4h+5$$

1. Vérifier que le taux d’accroissement de$ f$ entre $-2$ et $-2+h$ est égal à $-4+h$.

$$\frac{f\left(-2+h\right)-f\left(-2\right)}{h}=\frac{\left(h^{2}-4h+5\right)-5}{h}=\frac{h^{2}-4h}{h}=\frac{h\left(h-4\right)}{h}=h-4$$

1. ***a.*** Montrer que$ f$ est dérivable en $-2$

$$\lim\_{h\to 0}\frac{f\left(-2+h\right)-f\left(-2\right)}{h}=\lim\_{h\to 0}(-4+h)=-4$$

La limite du taux d’accroissement de $f$ entre $-2$ et $-2+h $existe et est fini donc $f$ est dérivable en $-2$.

1. Déterminer le nombre dérivé de$ f$ en $-2.$

$$f^{'}\left(-2\right)=-4$$

1. ***a.*** Déterminer l’équation de la tangente à $C\_{f}$ au point $A$ d’abscisse $-2$

Par définition, cette tangente $T\_{A}$ admet $f^{'}\left(-2\right)=-4$ comme coefficient directeur donc $T\_{A}$ admet une équation réduite de la forme $y=-4x+p$.

$$A\left( -2 ;f\left(-2\right)\right) soit A\left(-2 ;5\right)\in T\_{A} ⟺ 5=-4×\left(-2\right)+p ⟺ 5-8=p ⟺ p=-3$$

Donc $T\_{A} :y=-4x-3$

***b.*** Tracer la tangente dans le repère.

**Exercice n°3**

On a tracé, ci-après, la courbe représentative d’une fonction $g$ définie sur $\left[-13;12\right]$.

Par lecture graphique et avec la précision qu’elle permet, répondre directement sur cette feuille :

|  |  |
| --- | --- |
| *Cg* | 1. L’image de 0 par g est $3$
2. Sur $\left[-13;12\right],$ l’inéquation $g(x)\geq 3$ a pour ensemble

solution $$\left[-13 ;-10\right]∪\left[0 ;9\right]$$1. $g’(-10)=$ $-1$ et $g’(-3)=$ $0$
2. Le taux de variation entre 4 et 8 est :

$$\frac{f\left(8\right)-f\left(4\right)}{8-4}=\frac{5-8}{4}=-\frac{3}{4}$$ |

1. Construire ci-dessous, le tableau de variation de $g$, puis le tableau de signe de $g(x)$.



1. Résoudre, à l’aide d’un tableau de signe, l’inéquation $\frac{g(x)}{x-10}\leq 0$



L’ensemble des solutions de l’inéquation est : $\left[-13 ;-6\right]∪\left[-1 ;10[ ∪ \right]10 ; 12[$

**Exercice n°4**

On considère le polynôme du second degré $ $ $f\left(x\right)=-2x^{2}+16x-24 $ avec $x\in R.$

1. Montrer que 2 est une solution de l’équation $f\left(x\right)=0$.

$$f\left(2\right)=-2×2^{2}+16×2-24=-8+32-24=0$$

$f\left(2\right)=0$ donc 2 est une solution de l’équation $f\left(x\right)=0$.

1. Déterminer les coordonnées du sommet $S $de la parabole.

On sait que $S\left(α ;β\right)$ avec $α=-\frac{b}{2a}=-\frac{16}{2\left(-2\right)}=4$ et $β=f\left(α\right)=f\left(4\right)=8$ donc $S\left(4 ;8\right)$

1. Dresser le tableau de variation de $f$.
2. Déterminer la forme canonique de $f$.

$$f\left(x\right)=a\left(x-α\right)^{2}+β=-2\left(x-4\right)^{2}+8$$

1. Factoriser $\left(x-4\right)^{2}-2^{2} $.

$$\left(x-4\right)^{2}-2^{2}=\left(\left(x-4\right)+2\right)\left(\left(x-4\right)-2\right)=\left(x-2\right)\left(x-6\right)$$

1. Ecrire $f\left(x\right)$ sous forme factorisée puis résoudre l’équation $f\left(x\right)=0$.

$$f\left(x\right)=-2\left(x-4\right)^{2}+8=-2\left(\left(x-4\right)^{2}-4\right)=-2\left(\left(x-4\right)^{2}-2^{2}\right)=-2\left(x-2\right)\left(x-6\right)$$

$$f\left(x\right)=0 ⟺ x-2=0 ou x-6=0 ⟺ x=2 ou x=6$$

Donc $S=\left\{2 ;6\right\}$