|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1ère Spécialité | Corrigé DS n°2 de Mathématiques | Samedi 17 février 2024 |

Exercice 1 ( 6 points)

Une entreprise produit du tissu. Le coût total de production ( en € ) de l’entreprise est modélisé par la fonction , définie par :

où est la longueur de tissu fabriqué exprimée en kilomètre, étant compris entre 0 et 10.

Chaque kilomètre de tissu est vendu 680 € .

On note le résultat de l’entreprise, c’est-à-dire **la différence entre la recette et le coût de production**, pour la vente de kilomètres de tissu.

1. Calculer le coût total de production puis la recette pour la vente de 3 kilomètres de tissu.

En déduire le résultat de l’entreprise pour la vente de 3 kilomètres de tissu.

Le coût de production est donc égal à 1 575 €.

La recette est égale à car chaque kilomètre de tissu est vendu 680 €.

On en déduit que le résultat de l’entreprise est égal à .

1. Montrer que : .

Chaque kilomètre de tissu est vendu 680 € donc pour kilomètres vendus, la recette est égale à

1. Déterminer où est la dérivée de la fonction .
2. Etudier le signe de sur .

est un polynôme du second degré avec et

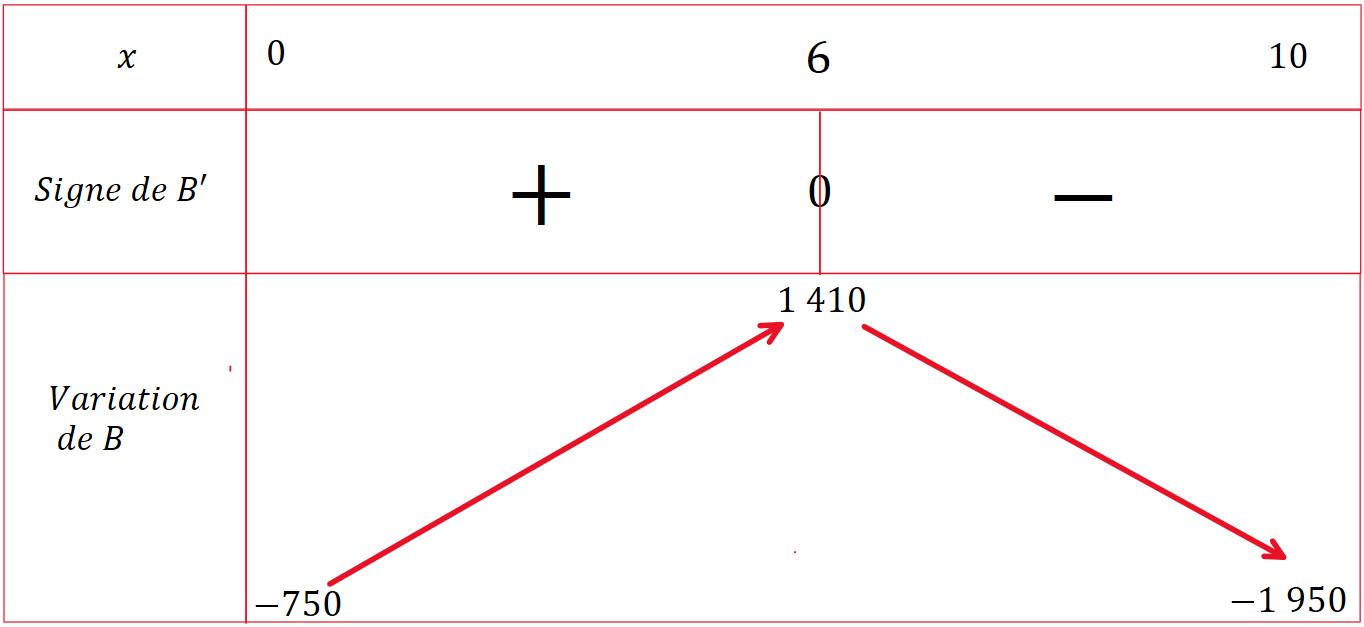
donc le polynôme admet deux racines distinctes :

Comme , on peut (d’après le cours) en déduire le tableau de signe de sur .

Une image contenant texte, capture d’écran, ligne, diagramme

Description générée automatiquement

1. En déduire le tableau des variations de sur l’intervalle .



1. Combien de kilomètres de tissu l’entreprise doit-elle produire afin d’obtenir un résultat maximal ?

La fonction admet un maximum en valant (car s’annule en changeant de signe en ) donc l’entreprise doit produire 6 km de tissus afin d’obtenir un résultat maximal.

**Exercice 2 ( 5 points)**

1. Répondre par VRAI ou par FAUX au 2 questions suivantes en justifiant.

Une réponse non justifiée ne sera pas prise en compte.

1. La suite définie pour tout par est strictement décroissante.

donc la suite est strictement croissante.

FAUX

1. La suite définie pour tout par est monotone.

Si est pair, et si est impair,

La suite n’a donc pas de variations et, par conséquent, n’est pas monotone.

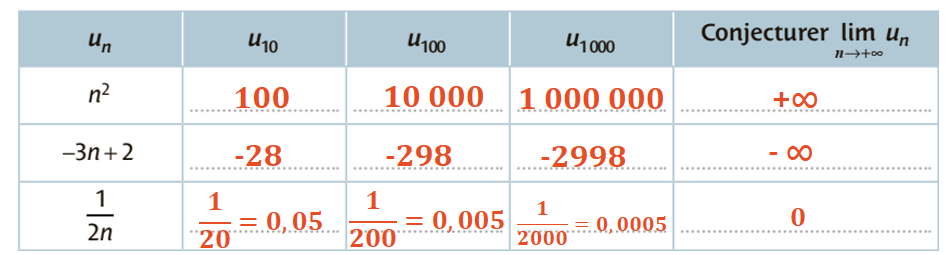
FAUX

1. Soit la suite définie pour tout par

Exprimer en fonction de et en déduire les variations de .

, ce qui prouve que la suite est strictement décroissante.

1. Compléter le tableau suivant.



**Exercice 3 – 3 points**

QCM – Recopier sur votre copie le numéro de la question (1. Puis 2. Et enfin 3. ) et la lettre correspondant à votre réponse ( a, b, c ou d)

***Question 1***

On considère la fonction définie sur par

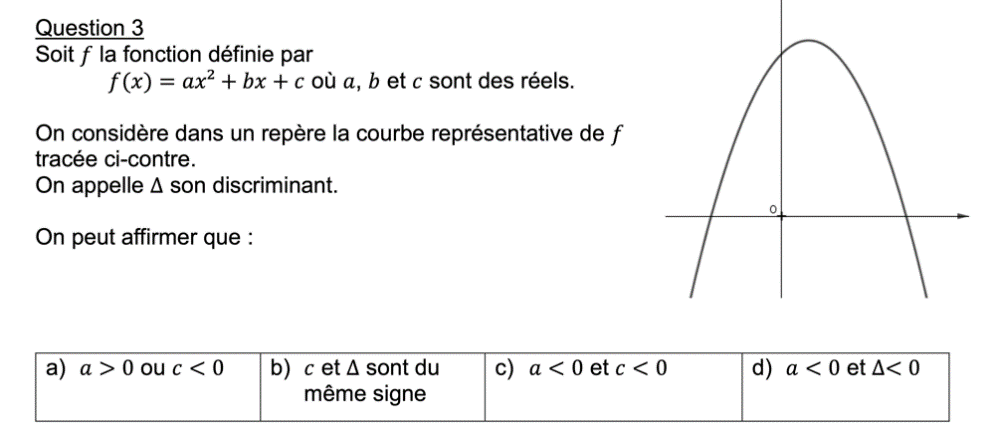
Parmi les propositions suivantes, laquelle est juste ?

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

le polynôme admet donc deux racines distinctes et

peut donc s’écrire sous forme factorisée :

***Réponse c.***



***Question 2***

Soitla fonction définie par où et sont des nombres réels

On considère dans un repère la courbe représentative de f tracée ci-dessous.

On appelle son discriminant. On peut affirmer

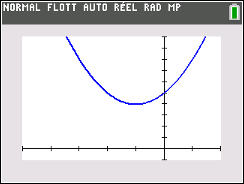
|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1. ou | 1. et sont du même signe | 1. et | 1. et |

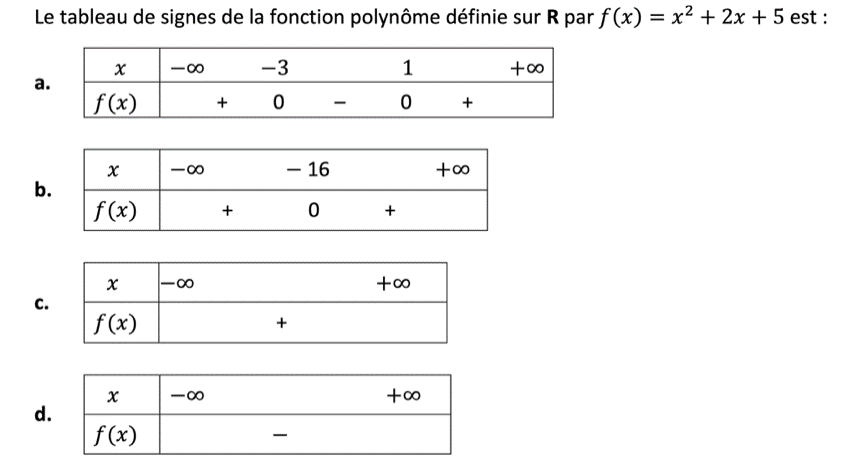
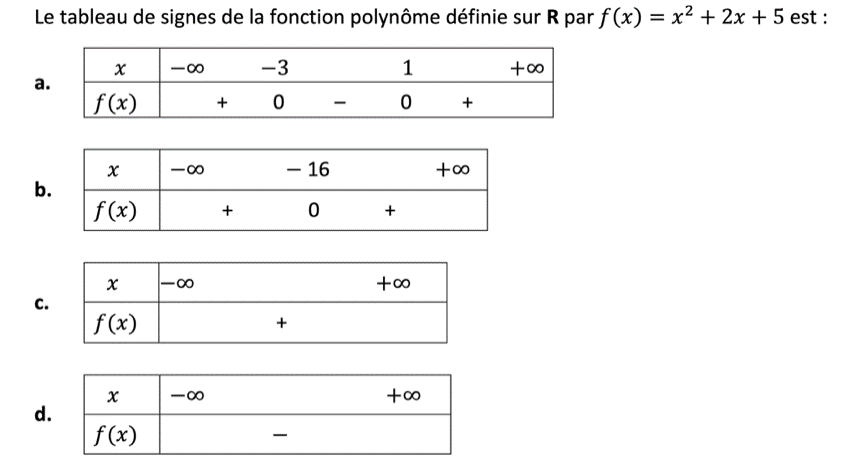
D’après le graphique :

* car la fonction est croissante puis décroissante
* car la courbe coupe 2 fois l’axe des abscisses
* donc

**Réponse *b.***

***Question 3***

Le tableau de signes de la fonction polynôme défini sur par est :



D’après la calculatrice, la parabole est strictement au-dessus de l’axe des abscisses donc

**Réponse *c.***

Exercice 4 – 6 points

Un médicament est administré à un patient par voie intraveineuse.

**Partie A : modèle discret de la quantité médicamenteuse**

Après une première injection de 1 mg de médicament, le patient est placé sous perfusion.

On estime que, toutes les minutes, l’organisme du patient élimine 10 % de la quantité de médicament présente dans le sang et qu’il reçoit une dose supplémentaire de mg de la substance médicamenteuse.

On étudie l’évolution de la quantité de médicament dans le sang avec le modèle suivant :

pour tout entier naturel , on note la quantité, en mg, de médicament dans le sang du patient au bout de périodes de trente minutes. On a donc .

1. Calculer la quantité de médicament dans le sang au bout d’une demi-heure.

D’après l’énoncé, est la quantité, en mg, de médicament dans le sang du patient au bout de trente minutes.

Au bout de 30 min, 10 % de 1 mg ont disparu : il en reste donc 0,9 mg et on donne alors 0,25 mg supplémentaires : on a donc .

1. Justifier que, pour tout entier naturel .

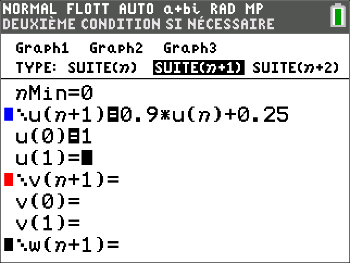
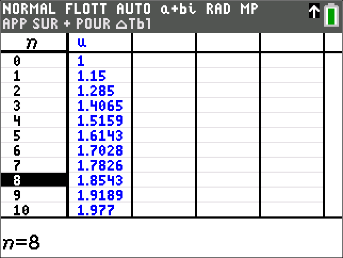
Si est la quantité de médicament présente au bout de périodes de 30 min, à la ème période 10 % auront disparu.

Il en restera donc et on donne alors 0,25 mg de médicament supplémentaire ; on a donc

1. On estime que le médicament est réellement efficace lorsque sa quantité dans le sang du patient est supérieure ou égale à mg.

(a) Recopier et compléter le script écrit en langage Python suivant de manière à déterminer au bout de combien de périodes de trente minutes le médicament commence à être réellement efficace.

|  |
| --- |
| **def** efficace(): |
| u=1 |
| n=0 |
| **while** **u < 1.8**: |
| u=**0.9\*u+0.25** |
| n = n+1 |
| **return** n |

(b) Quelle est la valeur renvoyée par ce script ? Interpréter ce résultat dans le contexte de l’exercice.

Le script renvoie , car .

Le médicament est réellement efficace après 4 heures.

1. Soit la suite définie, pour tout entier naturel , par .
2. Montrer que est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme .

Finalement :  ; cette égalité montre que la suite est une suite géométrique de raison 0,9 de premier terme .

1. Montrer que, pour tout entier naturel .

On sait que est une suite géométrique de raison 0,9 de premier terme donc, soit

On sait également que donc quel que soit

(c) Le médicament devient toxique lorsque sa quantité présente dans le sang du patient dépasse mg.

D’après le modèle choisi, le traitement présente-t-il un risque pour le patient ? Justifier.

Pour tout réel , donc

Conclusion : à aucun moment le traitement ne sera dangereux pour le patient.

