|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Première Spé** | **Évaluation de mathématiques n°6****Suites (40 mn)** | **Mardi 12 déc 2023** |

NOM :…………………. Prénom :……………………….

**Exercice 1**

2 points

Soit $(u\_{n})$ une suite arithmétique de raison 2 et de premier terme $u\_{0} = –3$.

1. Exprimer $u\_{n}$ en fonction de $n$.

$$u\_{n}=u\_{0}+nr=-3+2n$$

1. Calculer $u20$.

$$u\_{20}=-3+2×20=37$$

**Exercice 2**

3 points

Les suites suivantes sont-elles arithmétiques ? Justifier.

1. $(u\_{n})$ définie par $u\_{0} = 2$ et, pour tout $n \in N$, $u\_{n+1} = u\_{n} – 4$.

C’est la définition du cours. C’est une suite arithmétique de raison $-4$.

1. $(v\_{n})$ définie pour tout $n \in N$ par $v\_{n} = n^{2} – 3$.

$$u\_{0}=0^{2}-3=-3 u\_{1}=1^{2}-3=-2 u\_{2}=2^{2}-3=1$$

$$u\_{1}-u\_{0}=-2-\left(-3\right)=1 u\_{2}-u\_{1}=1-\left(-2\right)=3$$

$u\_{1}-u\_{0}\ne u\_{2}-u\_{1}$ donc la suite n’est pas arithmétique.

**Exercice 3**

6 points

Soit $\left(u\_{n}\right)$ une suite géométrique de de premier terme $u\_{0}=-3$ et de raison $\frac{1}{2}$.

1. Calculer $u\_{1}$ et $u\_{2}$.

$$u\_{1}=-3×\frac{1}{2}=-\frac{3}{2} u\_{2}=\frac{1}{2}×\left(-\frac{3}{2}\right)=-\frac{3}{4}$$

1. Donner l’expression de $u\_{n}$ en fonction de $n.$

$$u\_{n}=-3×\left(\frac{1}{2}\right)^{n}$$

1. Déterminer la valeur exacte de $u\_{10}$ puis en donner une valeur approchée à $10^{-3}$.

$$u\_{10}=-3\left(\frac{1}{2}\right)^{10}=-\frac{3}{1024}≈-0,003$$

**Exercice 4**

9 points

Les suites suivantes sont-elles géométriques ?

1. $u\_{n+1}=2u\_{n}$

Une suite est géométrique lorsqu’elle peut s’écrire sous la forme $u\_{n+1}=q×u\_{n}$ où $q$ est une constante réelle.

La suite définie par $u\_{n+1}=2u\_{n}$ est donc une suite géométrique de raison 2 quel que soit le premier terme choisi.

1. Pour tout $n$ entier naturel, $v\_{n}=n^{2}+1$

$$v\_{0}=1 v\_{1}=2 v\_{2}=5$$

$\frac{v\_{1}}{v\_{0}}\ne \frac{v\_{2}}{v\_{1}} $ donc la suite n’est pas géométrique.

1. Pour tout $n$ entier naturel $w\_{n}=3^{n+1}$

$$w\_{0}=3^{1}=3 w\_{1}=3^{2}=9 v\_{2}=3^{3}=27$$

$\frac{w\_{1}}{w\_{0}}=\frac{w\_{2}}{w\_{1}}=3 $ donc la suite semble géométrique de raison 3.

$$∀n\in N , \frac{w\_{n+1}}{w\_{n}}=\frac{3^{n+1}}{3^{n}}=\frac{3×3^{n}}{3^{n}}=3$$

On peut donc en déduire que la suit $w$ est géométrique de raison 3 et de premier terme $w\_{0}=3$.