**Durée : 1 h**

**Question de cours (3 points)**

*m*  est un entier naturel non nul et *a* , *b* , *a’* et *b’* sont des entiers relatifs;

Montrer que si et si alors

**Exercice 1 (4 points)**

Démontrer à l’aide de congruences que pour tout entier *n*, est divisible par 3.

Dressons une table de congruences modulo 3

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

On en déduit que pour tout entier , ce qui signifie que est divisible par 3.

**Exercice 2 (4 points)**

En utilisant des congruences, déterminer les entiers naturels *n* tels que soit divisible par 5.

Dressons une table de congruences modulo 5

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

est divisible par 5

C’est-à-dire si ou où

**Exercice 3 (4 points)**

Soit *n* un entier naturel.

Démontrer que est un multiple de 13.

On peut en déduire que

La congruence à modulo 13 prouve que est un multiple de 13.

**Exercice 4 (5 points)**

1. Déterminer, suivant les valeurs de l’entier naturel *n* non nul, le reste de la division par 9 de .

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

Soit .

* Si , le reste de la division par 9 de est 4.
* Si , le reste de la division par 9 de est 7.
* Si , le reste de la division par 9 de est 1.

1. Démontrer que pour tout entier naturel *n*, .

* Si alors

Or , et donc

* Si alors

Or , et donc

* Si alors

Or , et donc