**FONCTION EXPONENTIELLE**

1. **Définition de la fonction exponentielle**

**Lemme (résultat intermédiaire)**

|  |
| --- |
| S’il existe une fonction dérivable sur telle que et , alors elle ne ……………. sur . |

**Preuve :…….**

**Théorème**

|  |
| --- |
| Il existe une unique fonction dérivable sur telle que et . |

**Preuve :………**

**Définition**

La fonction exponentielle est la fonction notée définie sur par :

1. **Propriétés de la fonction exponentielle**

**Théorème - Relation fonctionnelle**

Pour tous réels et :

**Preuve :**

Soit la fonction définie sur et réel.

**Exercice 1**

est un nombre réel fixé et on note la fonction définie sur par :

a) Démontrer que la fonction est constante sur .   
 b) En déduire que, pour tout nombre réel ,

c) Retrouver alors, que pour tous nombres réels et ,

**Exercice 2**

et sont les fonctions définies sur par :

et

a) Déterminer la fonction dérivée de chacune de ces fonctions.

b) Expliquer pourquoi, pour tout nombre réel :

**Propriété**

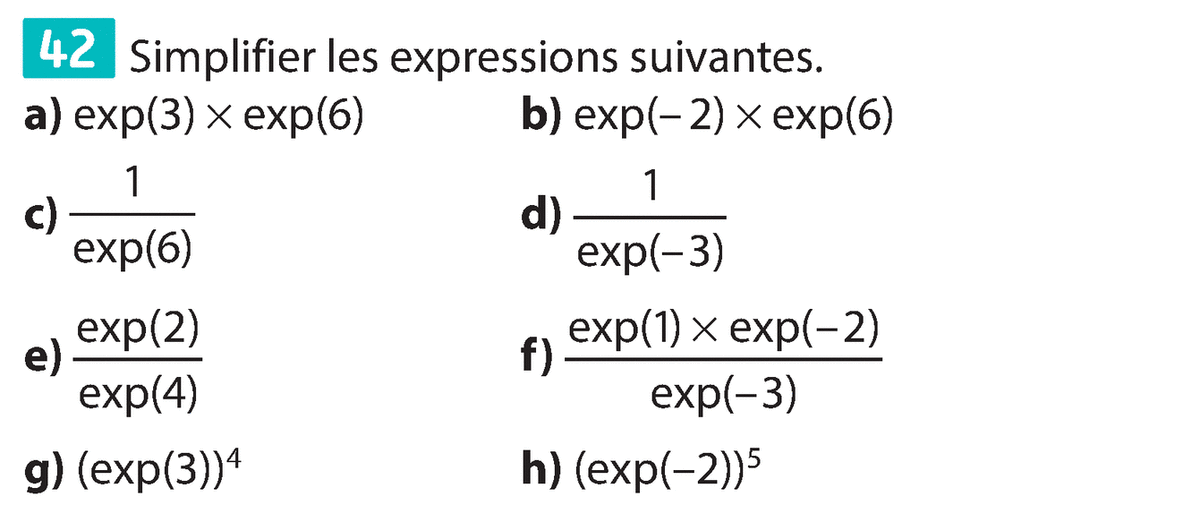
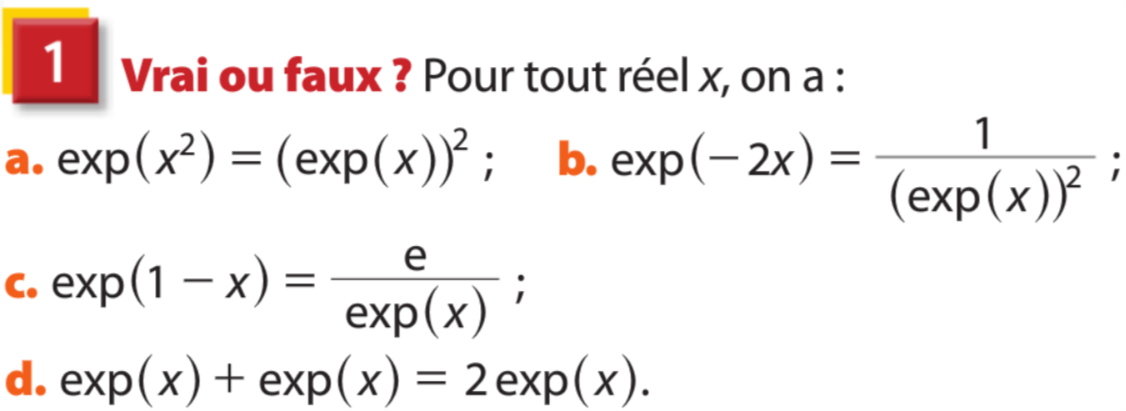
Pour tous réels et et pour tout entier relatif :

① ② ③

**Preuve :…………**

**Exemple**

…



1. **Une nouvelle notation**

**Définition**

L’image de par la fonction est notée ……. Ainsi .

**Remarques :**

* est appelé nombre d’Euler ou constante de Néper. Comme , c’est un nombre irrationnel et transcendant. Sa valeur approchée est : .
* Pour tout , on a .

On étend cette relation aux réels et on peut alors écrire, pour tout réel : .

On peut ainsi réécrire avec une nouvelle notation tout ce qu’on a vu précédemment.

La fonction exponentielle est la fonction définie sur .

et, pour tout , .

Les autres propriétés écrites ci-après sont analogues aux propriétés des puissances.

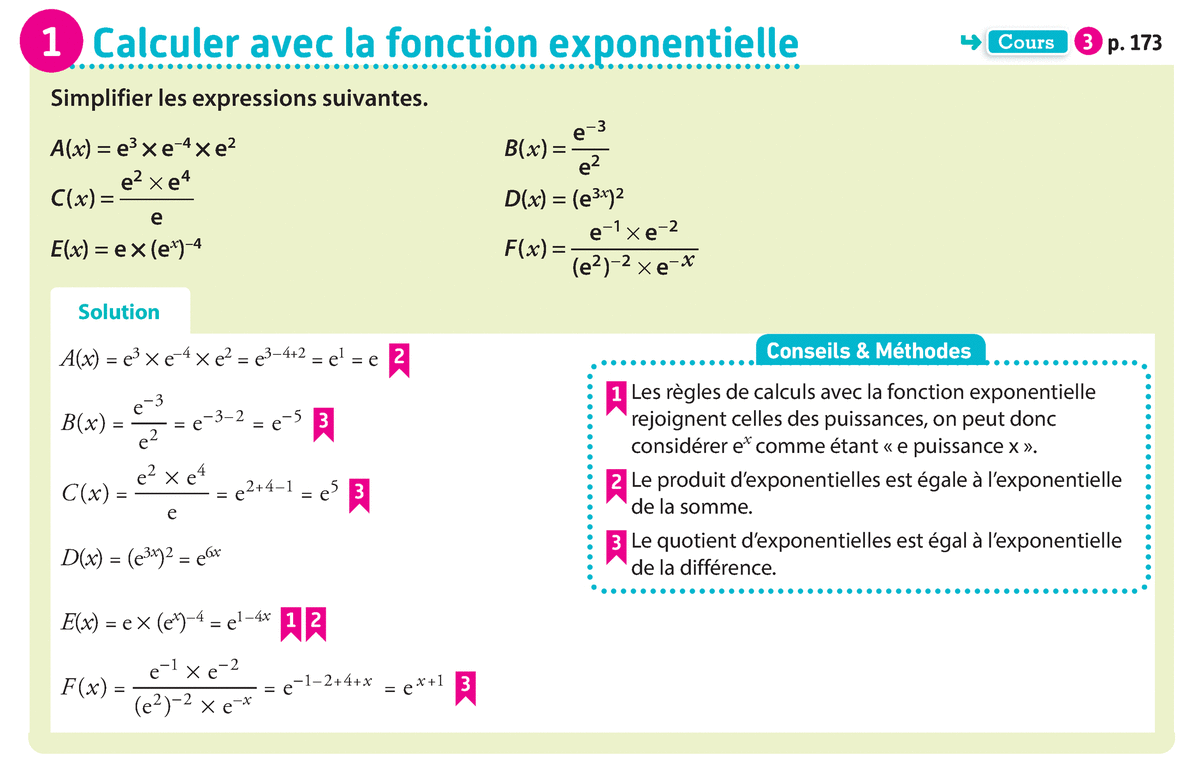
**Propriété**

Pour tous réels et et pour tout entier relatif :

**Exemple**

Le calcul donné dans l’exemple précédent s’effectue bien plus simplement :

………………..



**Exercice résolu n°1 page 176** - Calculer avec la fonction exponentielle

1. **Étude de la fonction exponentielle**

### Signe et variations

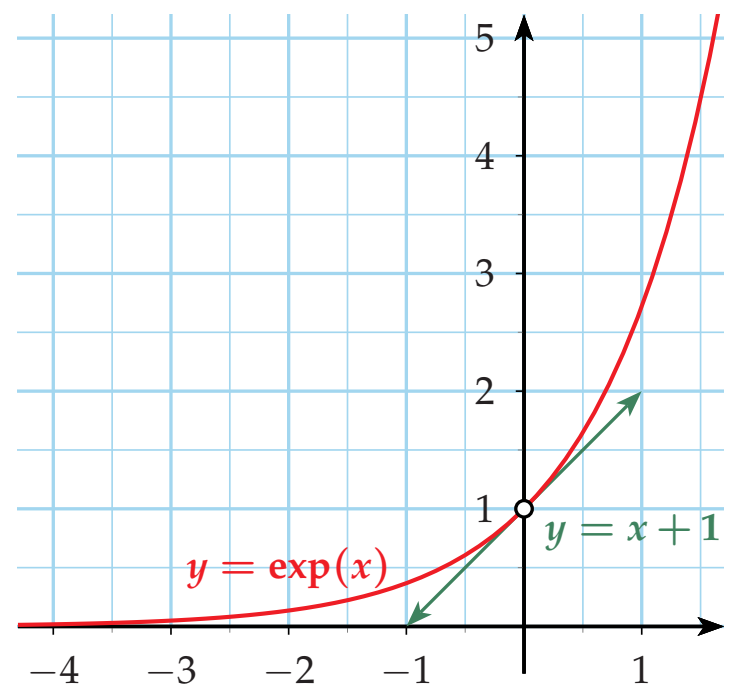
**Propriété**

Sur , la fonction exponentielle est : **…………….**, **………………………..** et **………………………….**

**Preuve :**

……………

### Tableau de variation et courbe représentative



**Remarques :**

* La droite d’équation est ……………………………………………….

### Équations et inéquations

**Propriété**

Pour tous réels et :

**Preuve :**

Ces propriétés sont des conséquences directes de la stricte croissance de .

Ainsi, .

**Remarque :** On a les équivalences analogues en remplaçant le symbole par , ou .

**MÉTHODE** - Résoudre une équation ou une inéquation avec exponentielles

Pour résoudre une équation d’inconnue réel comportant des exponentielles :

1. On détermine l’ensemble des valeurs qu’on peut donner à .
2. On essaye selon le cas de se ramener à :
   * Une équation de la forme où et sont deux fonctions.

Alors, et, éventuellement,

.

* + Une équation qu’on sait résoudre après avoir effectué un changement de variable.

La méthode est analogue pour résoudre une inéquation.

**Exemple**

Déterminer l’ensemble des solutions des équations et inéquations.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |

1. **Exponentielle et suites géométriques**

On a vu que pour tout entier *n*, et tout réel *a*, on a : , ainsi :

**Propriété**

La suite est une suite ………………………………………..

Exemples :

1) Dans chaque cas, déterminer la raison et le premier terme de la suite géométrique dont le terme général est :

a) b) c) d)

2) Déterminer le terme général d’une suite géométrique de raison et de premier terme 3.

1. **Fonctions de la forme**

1) Variations

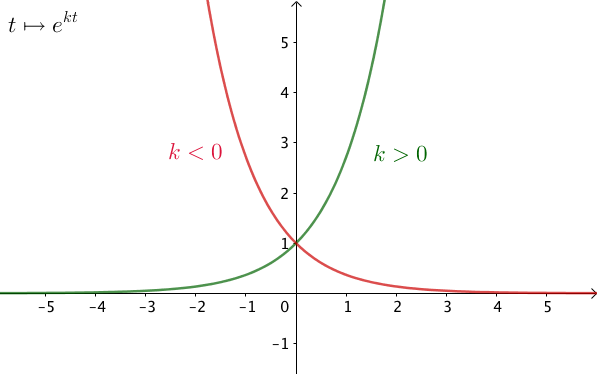
Propriété :

Si *k* > 0 : la fonction est …………………………...

Si *k* < 0 : la fonction est ……………………………

Démonstration :…..

2) Représentation graphique



Méthode : Étudier une fonction dans une situation concrète

À la suite d’une infection, le nombre de bactéries contenues dans un organisme en fonction du temps (en heures) peut être modélisé par la fonction *f* définie sur [0 ; 10]

et telle que .

1) Montrer que la fonction *f* définie sur [0 ; 10] par convient.

2) On suppose que . Déterminer *A*.

3) Déterminer les variations de *f* sur [0 ; 10].

4) a) À l'aide de la calculatrice, donner un arrondi au millier près du nombre de bactéries après 3h puis 5h30.

b) À l'aide de la calculatrice, déterminer au bout de combien de temps le nombre de bactéries a-t-il doublé. Arrondir à l’heure près.