**Nombres complexes (Partie 2)**

## Représentation graphique d’un nombre complexe

Le plan est muni d’un repère **orthonormé direct** : .

**Définition**

Tout nombre complexe avec peut être représenté dans ce repère par :

* un unique point : , appelé **……………………………** de .
* un unique vecteur : appelé **…………………………** de .

On dit que est …………………. du point et du vecteur .

On note souvent ou et ou

**Remarques**

* Les complexes sont les nombres réels et sont représentés sur **……………………..**
* Les complexes , sont les **imaginaires purs** et sont représentés sur **……………**

**…………………………**

* Le plan est alors appelé **…………………………**.



**Exemple**

Dans le plan complexe, on a représenté ci-contre les points d’affixe tels que

 •

 •

 • .

On se place dans le repère orthonormé .

### Addition

**Théorème**

* Si et alors
* Si est l’affixe de et celle de alors est l’affixe de

**Démonstration**

……

**Remarque**

Dans la pratique, on se passe aisément de la formule en calculant avec les règles habituelles puisque :

.

### Opposé d’un nombre complexe

**Théorème**

* L’opposé du nombre complexe est :
* est l’affixe du point .  **L’opposé** de noté est l’affixe du **…………………..** de par rapport à  **…………………………**.
* si est l’affixe de alors est l’affixe de

 **Démonstration**

…….

### Soustraction

**Théorème**

* Si et alors
* Si et sont d’affixes respectives et alors est d’affixe
* Si et sont d’affixes et alors est l’affixe de

**Démonstration**

Elle résulte des définitions et des formules des coordonnées de vecteurs dans les repères.

**Méthode 2 – Utiliser les nombres compexes en géométrie**

La méthode générale consiste à :

1. Transformer les données géométriques du texte ou les questions en terme de vecteurs puis de nombres complexes.
2. Utiliser les règles de calcul pour résoudre le problème.

Exercice d’application

On considère trois points d’affixes :

1. Déterminer l’affixe du point pour que soit un parallélogramme.
2. Déterminer les coordonnées du centre de ce parallélogramme.

### Multiplication d’un complexe par un réel

**Théorème**

Soit , et d’affixe . Le complexe est l’affixe du vecteur .

**Exemple**

Soit , deux points du plan d’affixe et .

Le vecteur a pour affixe :

### Conjugué d’un nombre complexe

**Définition**

* Le **conjugué d’un nombre complexe** est le complexe , noté
* Si est l’affixe de , est l’affixe …………………………………………………………..

**Démonstration**

……

## Module et argument d’un nombre complexe

1. **Définition géométrique**

**Définition**

|  |
| --- |
| Soit un complexe. (ou ) un point (ou un vecteur) d’affixe . * On appelle **module** de la ……………… (ou la……………..). Le module de est noté ….
* Si , on appelle **argument** de une mesure en …………………. de l’angle ( ou …………).

Un argument de est noté Le complexe nul n’a pas d’argument et a pour module …..  |

**Remarque :**

 peut prendre une infinité de valeurs différentes : si est une mesure de alors ……………est une autre mesure de pour .

On notera : et on dit que l’argument de vaut « …………… » ou « …………… ».

**Exemple :**

* et .
* Soit d’affixe on a ; et .
* Soit d’affixe on a :

 d’après la formule des distances

la diagonale du carré étant la ……………………………..

**Méthode 1 - Déterminer un ensemble de points**

Exercice d’application :

Déterminer dans le repère orthonormé l’ensemble des points d’affixe tels que :

1. **Calcul algébrique du module et d’un argument**

**Théorème**

|  |
| --- |
| Soit un complexe. *
* Si alors peut être déterminé par :

  |

**Méthode 2 - Déterminer le module et un argument d’un nombre complexe**

Exercice d’application

Déterminer le module et un argument du complexe .

1. **Égalité de deux nombres complexes par module et argument**

**Théorème**

Deux nombres complexes non nuls sont égaux si et seulement si ils ont ……………………………………….

**Preuve**

……..

## Forme trigonométrique d’un nombre complexe

1. **Définition**

**Définition**

Tout nombre complexe non nul peut s’écrire sous la forme

 avec et

Cette forme s’appelle **……………………………..**de .

**Remarques**

1. Dans l’écriture sous forme trigonométrique, on peut remplacer par n’importe quelle valeur , entier relatif.
2. **ATTENTION** dans l’écriture il est crucial d’avoir

Par exemple : **n’est pas une forme trigonométrique** car

1. **Passage d’une forme à l’autre**

**Théorème**

|  |
| --- |
| Soit un complexe non nul.   |

**Remarque**

Pour déterminer la forme trigonométrique d’un complexe, on reprend la méthode 2 pour la détermination de et de .

## Module, argument et opérations avec les nombres complexes

Dans les deux théorèmes qui suivent et sont des nombres complexes.

**Théorème**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ❶ |  |  |
| ❷ |  |  pour . |
| ❸ |  |  pour . |
| ❹ |  |  pour et . |
| ❺ |  pour  |  si . |

**Preuve :**

**…….**

**Théorème**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ❶ |  :  |  |
| ❷ |  :  |  pour  |

**Preuve :**

…….

**Méthode 3 - Comment utiliser les propriétés des modules et arguments**

Exercice d’application

1. et deux nombres complexes. Déterminer le module et un argument de .
2. Déterminer la forme algébrique de

## Applications des nombres complexes à la géométrie

**Théorème**

|  |
| --- |
| * Soient et deux points distincts d’affixes respectives et .
* Soient , , et quatre points distincts d’affixes respectives , , et .
 |

**Preuve :**

……

**Méthode 4 - Ensembles de points**

Exercice d’application

Dans chacun des cas suivants, déterminer l’ensemble des points d’affixe satisfaisant la condition :

*
*

**Remarques**

1. Trois points distincts sont alignés si et seulement si : ce qui équivaut à :
2. Un triangle est rectangle en si et seulement si : ; c’est-à -dire :

 et et

**Méthode 5 - Nombres complexes et configurations géométriques**

Exercice d’application

 trois points d’affixes respectives : , , .

Démontrer que le triangle est isocèle rectangle en .