Variations et extremum

1. **Variations d'une fonction**

**Définition - Fonction croissante et fonction décroissante**

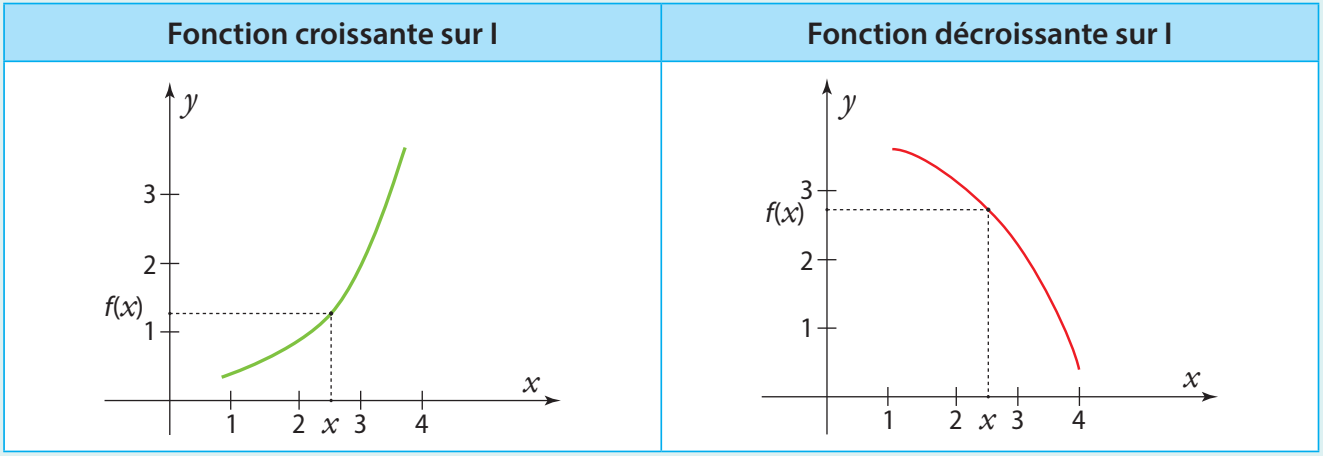
Soit une fonction définie sur un intervalle .

* On dit que *f* est **croissante** sur si lorsque **…………………………………………………………**.

Autrement dit, pour tous réels et de tels que , alors

* On dit que *f* est **décroissante** sur si lorsque ……………………………………………………….

Autrement dit, pour tous réels et de tels que , alors ………………………………….



***Remarques***

* Si est la courbe représentative d'une fonction croissante sur , alors « ……………….. ». Inversement, si est décroissante sur , alors « …………………………..».
* Si, sur un intervalle , garde la même valeur, on dit que est …………………… sur cet intervalle.

Alors sa courbe est ……………………………….. sur cet intervalle.

**Définition - Fonction monotone**

Si ne change pas de variation sur , on dit que est ……………………………. sur .

***Remarque***

Si, sur un intervalle , est croissante (respectivement décroissante) sans être …………………. sur une partie de , on dit que est …………………………….. (respectivement ………………………………).

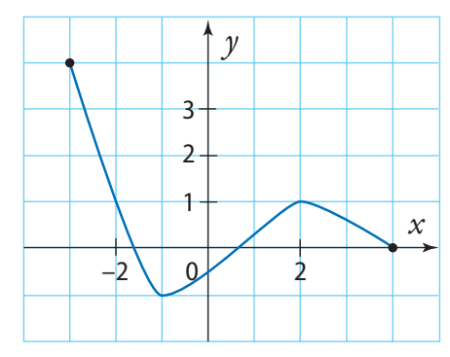
**Propriété - Tableau de variations**

Un tableau de variations regroupe les informations concernant les …………………………………...

…………………………………………………………….

**Exemple**

est une fonction définie sur dont voici la courbe ci-dessous ainsi que sont tableau de variations.



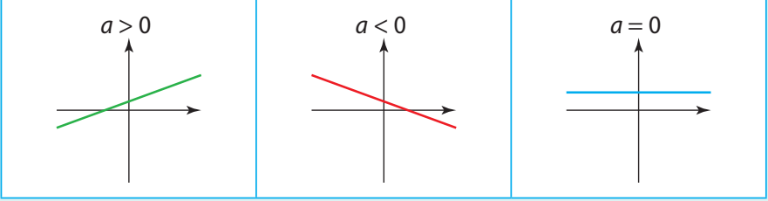


1. **Variations de fonctions de référence**

**Propriété - Fonction affine**

Soit une fonction affine définie sur par avec et réels.

* Si , alors
* Si , alors
* Si , alors



**Exemples**

* est ………………………………………
* est ……………………………………..

***Remarques***

* Si , est représentée par une droite avec une **……………………………..**
* Si , est représentée par une droite avec une **……………………………**

**Démonstration**

Soit une fonction affine avec où et sont des réels.

* On suppose que .

Soit et deux réels tels que .

donc puis .

Cela veut dire que et est ……………………….. sur .

* On suppose que .

Soit et deux réels tels que .

donc puis .

Cela veut dire que et est ………………………… sur .

**Propriétés - Fonctions de référence**

**Fonction carré**

La fonction carré est ………………………………………………..

**Fonction inverse**

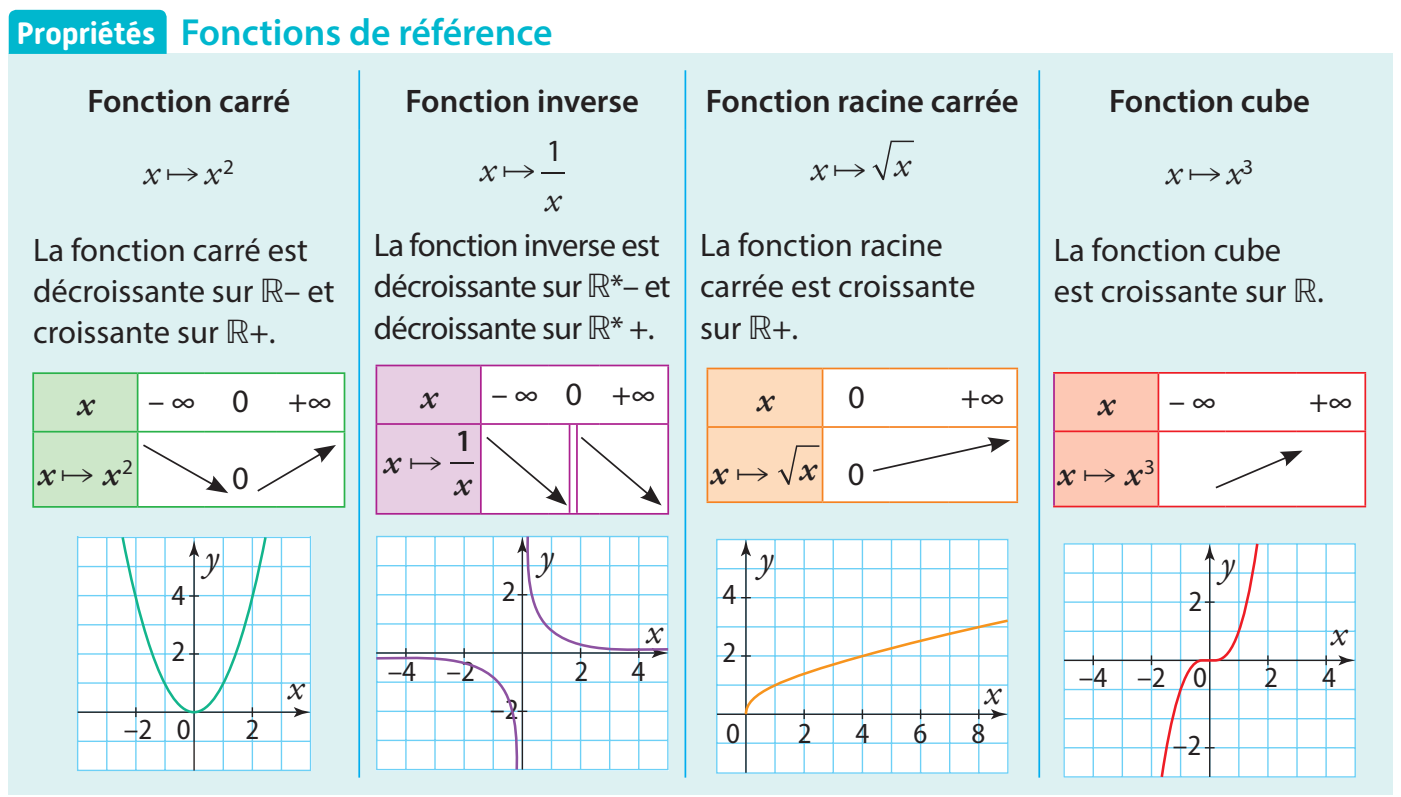
La fonction inverse ………………………………………………..

**Fonction racine carrée**

La fonction racine carrée ………………………………………………..

**Fonction cube**

La fonction cube ………………………………………………..



**Démonstration pour la fonction carré**

Soit et deux réels.

Alors

* Sur , si alors et (somme de réels ………….), donc par la règle des signes

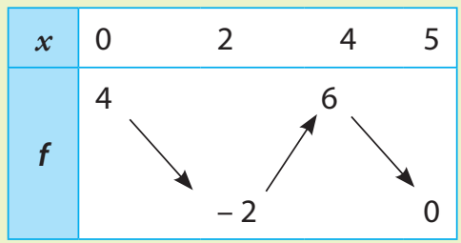
On en déduit que donc et donc que .

La fonction carré est ……………… sur

* Sur si alors et (somme de réels positifs), donc par la règle des signes

On en déduit que donc et donc que .

La fonction carré est ………… sur

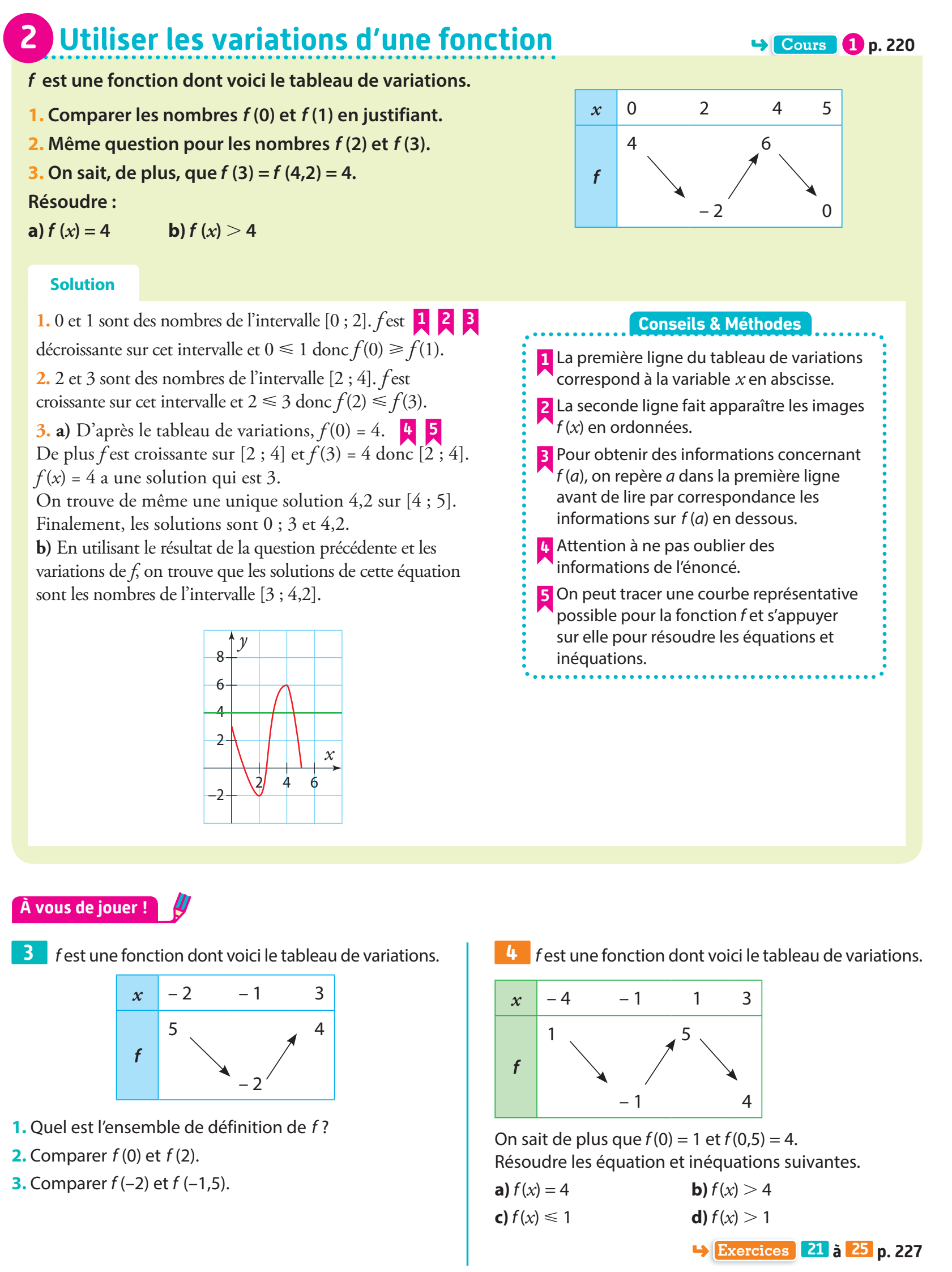
**Exercice résolu n°3 page 225**

est une fonction dont voici le tableau de variations.

1. Comparer les nombres et en justifiant.
2. Même question pour les nombres et ).
3. On sait, de plus, que .

Résoudre :

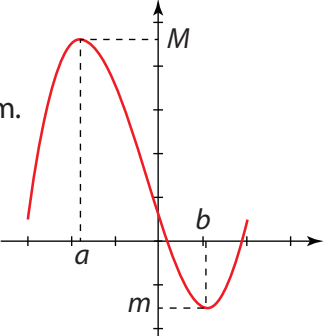
1. b)
2. Tracer une représentation possible de la courbe représentative de la fonction .



1. **Extremum d'une fonction**

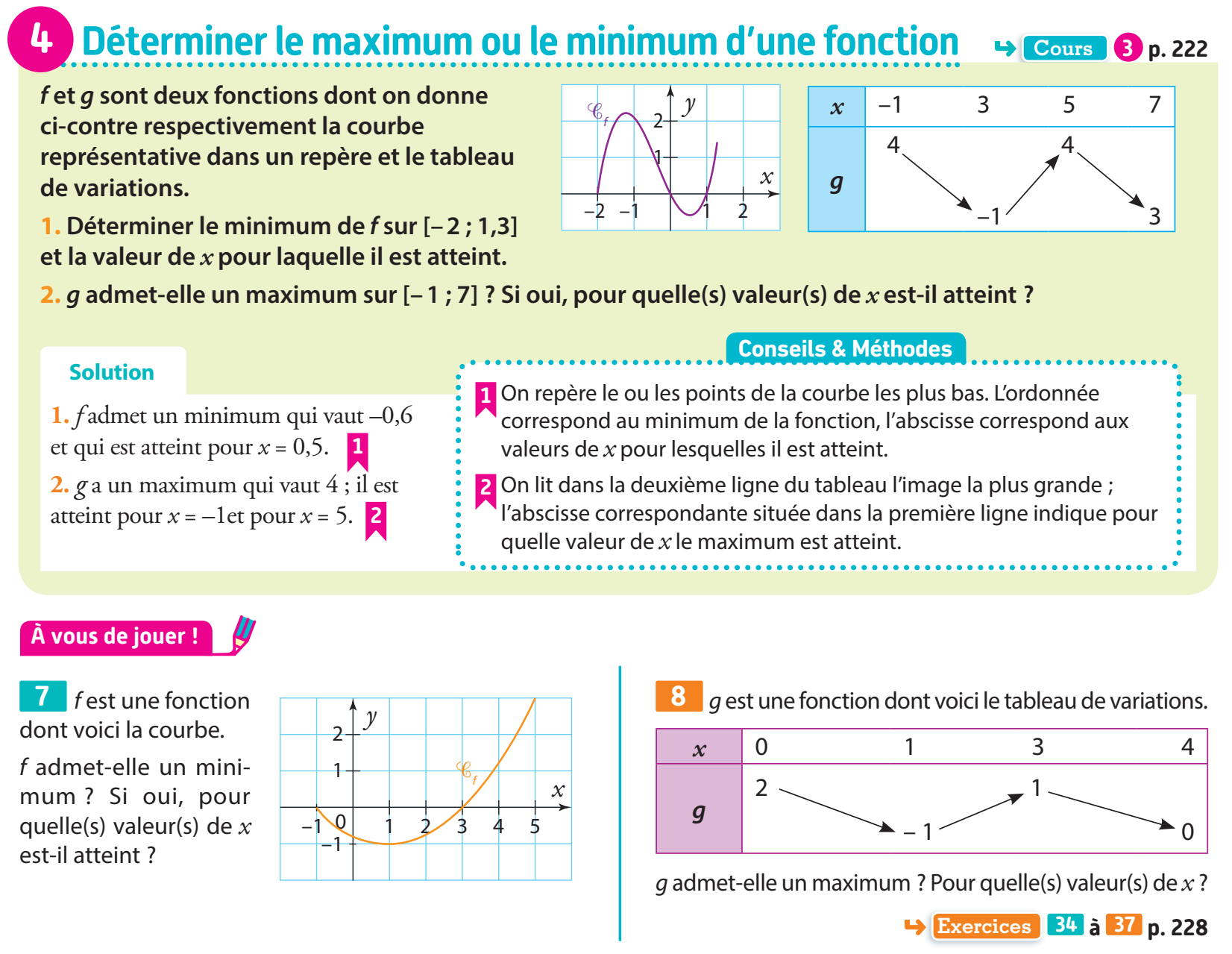
**Définition - Maximum et minimum d'une fonction**

Soit une fonction définie sur un intervalle .

* On dit que a pour maximum sur s'il existe dans tel que pour tout . Autrement dit, (s'il existe) est l'ordonnée du point le plus ………………………. de sur .
* On dit que a pour minimum sur s'il existe dans tel que pour tout . Autrement dit, (s'il existe) est l'ordonnée du point le plus ……………………….. sur .

***Remarques***

* Un extremum est un minimum ou un maximum.
* Une fonction peut ne pas avoir de minimum ou de maximum.

Exercice résolu n°4 page 225

