La suite (u_n) est définie par $u_0 = 7$ et, pour tout entier naturel n, par $u_{n+1} = \dfrac{2u_n + 6}{5}$.

Partie A : Illustration graphique.

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $\left(O\,;\vec{i}\,,\,\vec{j}\right)$ (unité graphique : 2 cm ou 2 carreaux).

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^+$ par : $f(x) = \dfrac{2x+6}{5}$.

1. Tracer la représentation graphique D de f, ainsi que la droite Δ d'équation $y = x$.
Placer, sur l'axe des abscisses, le point P_0 d'abscisse u_0.
En utilisant les droites D et Δ, construire les points P_1, P_2, P_3 de l'axe $\left(O\,;\vec{i}\right)$ d'abscisses respectives : u_1, u_2, u_3.

2. Quelles conjecture peut-on émettre quant à la monotonie de u, le comportement de u pour des grandes valeurs de n, sa minoration et sa majoration ?

Partie B : Démonstration des conjectures.

1. Calculer u_1, u_2, u_3.

2. La suite est-elle arithmétique, géométrique (justifier) ?

3. On considère la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel n, par $v_n = u_n - 2$.

a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

b. Exprimer v_n en fonction de n, et en déduire que : $u_n = 5\left(\dfrac{2}{5}\right)^n + 2$

4. Etudier la monotonie de la suite u.

5. Montrer que, pour tout n entier naturel, $2 \le u_n \le 7$.

Partie C : Etude d'un algorithme

Variables	K et N sont des entiers naturels, U est un nombre réel
Initialisation	U prend la valeur 7 N prend la valeur 0
Entrée	Saisir la valeur de K

Traitement	Tant que U > 2 + 10^{-K}
	    U prend la valeur 0,4×U + 1,2
	    N prend la valeur N+1
	Fin tant que

Sortie	Afficher N

1. Qu'affiche cet algorithme lorsque K = 1 ?

2. A quoi correspond l'affichage final N ?