Exercice 1

1. Résoudre le système : $\begin{cases} a+b+c=0 \\ 8a+4b+2c=3 \\ 9a+3b+c=5 \end{cases}$ Indiquer les étapes intermédiaires.

2. Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O\,;\vec{i}\,,\,\vec{j})$.

a. Déterminer les réels a, b et c tels que la parabole d'équation $y = ax^2 + bx + c$ passe par les points :

$$\mathrm{A}(1\,;\,0),\ \mathrm{B}\left(2\,;\,\frac{3}{2}\right) \text{ et } \mathrm{C}(3\,;\,5).$$

b. Déterminer les coordonnées du sommet S de cette parabole.

Exercice 2

On désigne par f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\dfrac{4x}{x^2+1}$. (C) est la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormal $(O;\vec{i},\vec{j})$ (aucune construction n'est demandée dans cet exercice).

Partie A : Etude des propriétés de f.

1. Etablir la relation : $f(x) = -f(-x)$ sur $\mathbb{R}$.

2. On considère les points M et M' de la courbe (C) de coordonnées respectives $(x\,;\,f(x))$ et $(-x\,;\,f(-x))$.
Etablir que l'origine O du repère est le milieu du segment [MM'].

3. Que peut-on en déduire pour la courbe (C).

Partie B :

1. En détaillant les étapes du calcul, établir que la dérivée f' de f est définie par : $f'(x) = 4\,\dfrac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$.

2. Etudier sur $\mathbb{R}$ le signe de f'.

3. En déduire les variations de f puis dresser son tableau de variations.

4. On considère la droite (Δ) d'équation $y = 4x$, montrer que cette droite (Δ) est la tangente à la courbe (C) au point de coordonnées $(0;0)$.