Terminale S3	Evaluation de mathématiques n°2 Durée 55 mn	9 septembre 2015

Votre rédaction devra être irréprochable !

Exercice 1 *(4 points)*

Montrer par récurrence que si une suite est arithmétique de raison r et de premier terme u_0 alors, pour tout entier naturel n, $u_n = u_0 + n \times r$.

Exercice 2 *(4 points)*

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = \sqrt{2u_n}$.

Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, $0 < u_n \leq 2$.

Exercice 3 *(4 points)*

1. Déterminer à partir de quel rang la suite définie par $u_n = \dfrac{1}{n^2}$ appartient à l'intervalle $\left]-10^{-5} ; 10^{-5}\right[$.

2. Quelle conjecture ce résultat nous amène-t-il à émettre.

3. On considère l'algorithme suivant :

Initialisation : Affecter à n la valeur 1
Affecter à u la valeur 1
Traitement : Tant que ……………………..
Affecter à n la valeur ……….
Affecter à u la valeur $1/\mathrm{n}^2$
Affichage : Afficher…….

Compléter cet algorithme de manière à répondre à la question ***1.***

Exercice 4 *(4 × 2 points)*

Calculer les limites suivantes

$\lim\limits_{n \to +\infty} \left(\dfrac{1}{\sqrt{n}} + 1 \right)\left(n^2 + 3\right)$; $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{2n^2 - 2n + 1}{n^2 + 1}$; $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(2n - 3\sqrt{n}\right)$; $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{-2n^3 + 1}{1 - n^4}$

Question BONUS

Pour tout entier $n \geq 2$, on considère la fonction P_n, définie pour tout $x \in \mathbb{R}$, par :

$$P_n(x) = \sum_{k=1}^{n} x^k - 1 \ .$$

Etudier, pour tout $n \geq 2$, le sens de variation de la suite P_n sur $\mathbb{R}^+$ et préciser $P_n(0)$ et $P_n(1)$.