Premières notions sur les fonctions

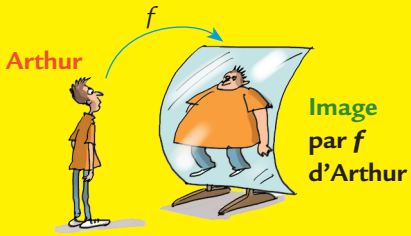
2

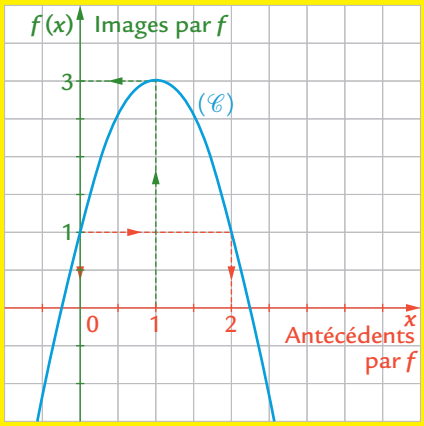
Méthodes

Image et antécédents

Soit f une fonction définie sur une partie D de $\mathbb{R}$:

Image	Antécédents
$f : \quad D \to \mathbb{R}$ $\quad a \mapsto ?$ Pour calculer l'**image** par une fonction f d'un nombre réel a de l'ensemble de définition D, on remplace x par a dans l'expression de $f(x)$. **Exemple :** $D = \mathbb{R}$ $f(x) = -2(x-1)^2 + 3$ $1 \in D \quad f(1) = -2(1-1)^2 + 3$ $f(1) = 3$ L'image de 1 par la fonction f est 3. Chaque nombre de D a une image **unique** par la fonction f.	$f : \quad D \to \mathbb{R}$ $\quad ? \mapsto b$ Pour déterminer **les antécédents** par une fonction f d'un nombre réel b, on résout dans l'ensemble D l'équation $f(x) = b$. **Exemple :** $D = \mathbb{R}$ $f(x) = -2(x-1)^2 + 3$ Dans $\mathbb{R}$, les antécédents de 1 par la fonction f vérifient : $-2(x-1)^2 + 3 = 1 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 1$ Les solutions sont $x = 0$ ou $x = 2$, donc 1 a pour antécédents **0 et 2** par la fonction f.





En bleu, la courbe représentative de la fonction f.
3 est l'**image** de 1 par la fonction f.
0 et 2 sont des **antécédents** de 1 par la fonction f.
$I(1 ; 0)$ et $J(0 ; 1)$.

Courbe représentative d'une fonction

Dans un repère du plan, la **courbe représentative** de la fonction f est l'ensemble des points $M(x ; y)$ où : $x \in D$ et $y = f(x)$.

Exemple : Soit $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère $(O ; I, J)$ et soit M le point de coordonnées $(1 ; 3)$.

$$M(1 ; 3) \in (\mathscr{C}) \quad \Leftrightarrow \quad 1 \in D \quad \text{et} \quad f(1) = 3$$

Maîtriser les méthodes

1 On considère la fonction définie par :

$$f : [-5 ; 5] \to \mathbb{R}$$
$$x \mapsto x^2 - 3$$

Compléter les propositions suivantes :

a. $D =$ .....

b. $f(5)$ est ..... de 5 par .....

c. $f(0) =$ ..... donc l'image de 0 par la fonction f est .....

d. Pour déterminer tous les antécédents de 1 par la fonction f, on résout dans l'intervalle $[-5 ; 5]$ l'équation $x^2 - 3 =$ ..... Cette équation est équivalente à $x^2 =$ .....
$x^2 =$ ..... $\Leftrightarrow x =$ ..... ou $x =$ .....
2 et -2 appartiennent à l'intervalle $[-5 ; 5]$, donc .....
a pour antécédents ..... par la fonction f.

2 **1.** Compléter de tête le tableau de valeurs de la fonction définie sur $D = \mathbb{R}\backslash\{0\}$ par $f(x) = \dfrac{x+1}{x}$.

x	-1	$-0{,}5$	$0{,}1$	$0{,}25$	1
$f(x)$					

2. En déduire un antécédent de 0 par la fonction f.

.....

3. a. Le point $A(0 ; -1)$ appartient-il à la courbe $(\mathscr{C})$ représentative de la fonction f ? Justifier.

.....

.....

b. $B(2 ; 1{,}5)$ appartient-il à la courbe $(\mathscr{C})$ représentative de la fonction f ? Justifier.

.....

.....

3 On a représenté ci-contre la courbe $(\mathscr{C})$ d'une fonction f définie sur l'intervalle $]-2\ ;\ 2]$.

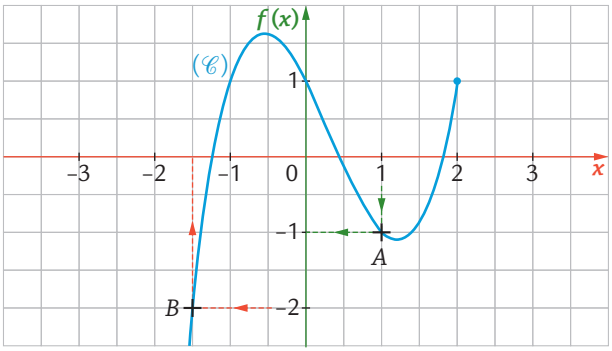
1. On veut déterminer l'image de 1 par la fonction f.

Compléter : Soit A le point d'abscisse 1 de la courbe $(\mathscr{C})$.

L'..... du point A est -1, donc l'image de 1 par la fonction f est -1. $f(1) =$ .....

2. On veut déterminer les antécédents de -2 par la fonction f.

Compléter : Un seul point de la courbe $(\mathscr{C})$ a pour ..... -2 : le point B. L'..... de ce point est $-1{,}5$. Donc -2 a pour .... par la fonction f.



3. Placer en rouge, sur le graphique ci-dessus, les antécédents de 0 par la fonction f.

Appliquer

4 **Valeurs d'une fonction à la calculatrice**

1. Soit la fonction f définie sur l'intervalle $[-2\ ;\ 3]$ par $f(x) = -x^2 + x + 2$.

En utilisant les instructions du tableau ci-dessous :

a. Entrer l'expression de la fonction en **Y1**.

b. Régler convenablement le tableau de valeurs de la calculatrice pour remplir le tableau suivant :

x	$-0{,}5$	0	0,5	1
$f(x)$				

Début du tableau : ..... Pas : .....

c. En déduire un antécédent de 2,25 par la fonction f.

.....

d. Calculer, à l'aide de la calculatrice, l'image de $\frac{5}{7}$ par la fonction f : $f\left(\frac{5}{7}\right) =$ .....

2. Soit g la fonction définie par $g(x) = \frac{5}{x^2} - 2$.

a. Entrer l'expression de la fonction en **Y1**.

b. Déterminer à la calculatrice l'image de 0 par la fonction g. Quelle affichage obtient-on ? Expliquer.

.....

.....

c. Quel affichage de la calculatrice obtient-on par l'instruction Y1$\left(\sqrt{2}\right)$? Vérifier par le calcul.

.....

.....

.....

	TI 82 Stats.fr, 83	Écran TI	Casio 35+
Saisir l'expression de la fonction f	Appuyer sur [graph stat f(x)], puis saisir l'expression en **Y1**.	Graph1 Graph2 Graph3 \Y1=-X²+X+2	Appuyer sur [MENU], sélectionner [TABLE], puis saisir l'expression en **Y1**.
Effectuer les réglages du tableau de valeurs de f	Appuyer sur [2nde] [déf table fenêtre]. Entrer la plus petite valeur souhaitée dans **DébTabl**, puis choisir le pas.	DEFINIR TABLE DébTbl=-2 Pas=1 Valeurs:Auto Dem Calculs:Auto Dem	Appuyer sur [MENU], sélectionner [TABLE] [SET]. Entrer la plus petite valeur souhaitée dans **Start**, et la plus grande dans **End**, puis choisir le pas.
Afficher un tableau de valeurs de f	Appuyer sur [2nde] [table graphe].	X | Y1 -2 | -4 -1 | 0 0 | 2 1 | 2 2 | 0 3 | -4 4 | -10 X=-2	Appuyer sur [MENU], sélectionner [TABLE] **TABL**.
Calculer l'image de $\frac{2}{3}$ par f sous forme de fraction irréductible	Sur l'écran de calcul, on accède à **Y1** par : [distrib var] **Y-VARS** **1 : Fonction(2/3)** [math] **1 :▶ Frac**	Y1(2/3) 2.222222222 Rep▶Frac 20/9	[MENU] [RUN]. On accède à **Y1** par : [VARS] [GRPH] **Y** [1] [EXE] [(] [2] [▯/▯] [3] [)] [EXE]