Résolution graphique d'équations et d'inéquations

3

Méthodes

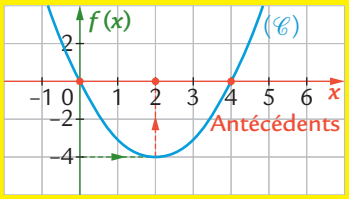
Résoudre graphiquement une équation

Soit f et g deux fonctions définies sur une partie D de $\mathbb{R}$ et $(\mathscr{C})$ et $(\mathscr{C}')$ leurs courbes représentatives. Soit k un nombre réel.

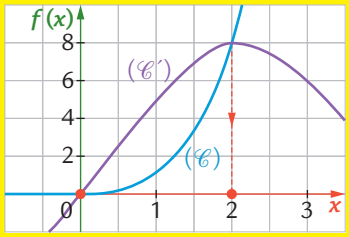
- Résoudre graphiquement dans D l'équation $\boldsymbol{f(x) = k}$ revient à déterminer dans D les antécédents de $\boldsymbol{k}$ par f, c'est-à-dire les **abscisses** des points de la courbe $(\mathscr{C})$ d'ordonnée égale à $\boldsymbol{k}$.

  Cas particuliers :
  Les solutions dans D de l'équation $\boldsymbol{f(x) = 0}$ sont les antécédents de 0 par la fonction f, c'est-à-dire les **abscisses** des points d'intersection de la courbe $(\mathscr{C})$ avec **l'axe des abscisses**.

- Résoudre graphiquement dans D l'équation $\boldsymbol{f(x) = g(x)}$ revient à déterminer dans D les **abscisses** des points d'intersection des deux courbes $(\mathscr{C})$ et $(\mathscr{C}')$.



L'équation $f(x) = -4$ admet une seule solution : $\boldsymbol{x = 2}$.
L'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions : $\boldsymbol{x = 0}$ et $\boldsymbol{x = 4}$.



L'équation $f(x) = g(x)$ admet deux solutions : $\boldsymbol{x = 0}$ et $\boldsymbol{x = 2}$.

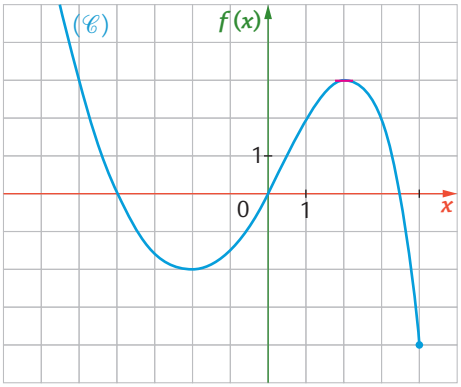
Maîtriser les méthodes

1 Soit f la fonction définie sur $]-\infty\,;4]$ dont la courbe représentative $(\mathscr{C})$ est donnée ci-contre.

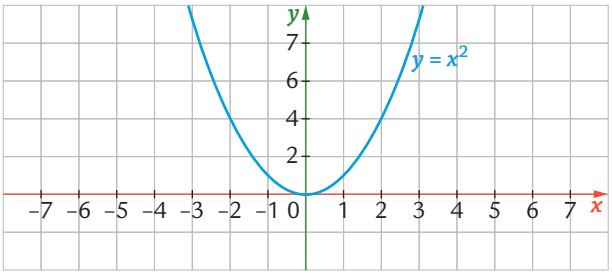
1. a. Pour résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 3$, on place, sur la courbe $(\mathscr{C})$, les points d'ordonnée 3 et on lit les ..... de ces points.

b. Recopier ici l'ensemble S des solutions : $S =$ .....

2. De quelle équation les abscisses des points violets sont-elles les solutions ? .....



2 Résoudre graphiquement, en utilisant la courbe ci-dessous, l'équation $x^2 = 4$.

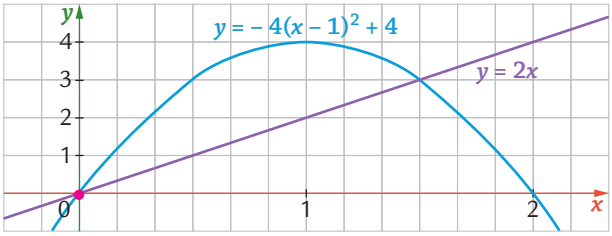


L'ensemble S des solutions de l'équation est :
$S =$ .....

3 Résoudre graphiquement l'équation :

$$-4(x-1)^2 + 4 = 2x.$$

On lit les ..... des points d'intersection des deux courbes.



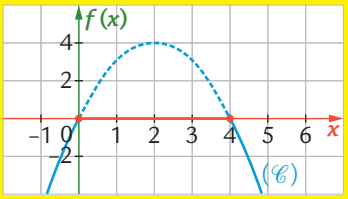
L'ensemble S des solutions de l'équation est :
$S =$ .....

Méthodes

Résoudre graphiquement une inéquation

- Résoudre graphiquement dans D l'inéquation $\boldsymbol{f(x) \geqslant g(x)}$ **(resp. $\boldsymbol{f(x) \leqslant g(x)}$)** revient à déterminer dans D les **abscisses** des points pour lesquels la courbe représentative de la fonction f est située au-dessus (resp. au-dessous) de la courbe représentative de la fonction g.

Cas particuliers :
Les solutions dans D de l'inéquation $\boldsymbol{f(x) \geqslant 0}$ (resp. $f(x) \leqslant 0$) sont les **abscisses** des points pour lesquels la courbe représentative de la fonction f est située **au-dessus** (resp. au-dessous) de **l'axe des abscisses**.
On détermine ainsi graphiquement le signe de la fonction f sur D.



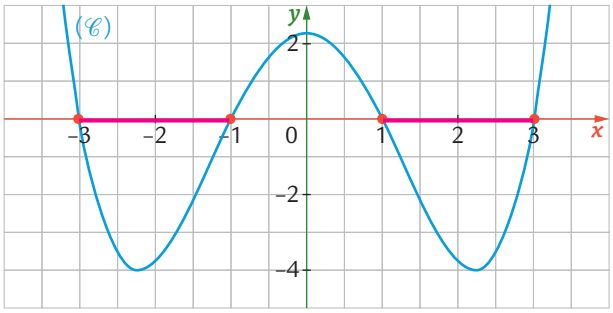
L'inéquation $f(x) \geqslant 0$ a pour ensemble de solutions l'intervalle $[0 ; 4]$.

Signe de la fonction f sur $\mathbb{R}$:

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Appliquer

4 Soit f la fonction dont la courbe représentative $(\mathscr{C})$ est donnée ci-dessous :



1. Donner l'équation dont les abscisses des points marqués en rouge sur le graphique ci-dessus sont solutions : .....

2. Représenter en rouge l'ensemble S des solutions de l'inéquation $f(x) \leqslant 0$: $S =$ .....

3. Compléter le tableau suivant :

x	$-\infty$		-3	.....	.....	.....	$+\infty$
Signe de $f(x)$		$+$	0	.....	0	....	$+$

5 Soit f et g les fonctions définies sur l'intervalle $[0 ; 2]$ par :

$$f(x) = \frac{5}{x^2 + x + 1} \quad \text{et} \quad g(x) = (x+1)^2.$$

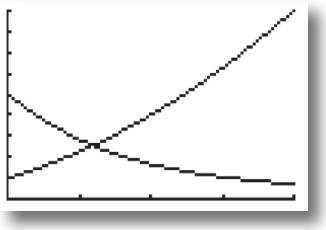
À l'aide de la calculatrice, on veut déterminer les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ sur l'intervalle $[0 ; 2]$.

1. a. Entrer l'expression de $f(x)$ en **Y1** et celle de $g(x)$ en **Y2**.

b. En consultant le tableau de valeurs, régler convenablement la fenêtre.

c. Tracer les courbes sur l'écran de la calculatrice, puis lire l'abscisse du point d'intersection des deux courbes.

Aide



2. D'après l'affichage de la calculatrice, la solution, arrondie au dixième, de l'équation $f(x) = g(x)$ est .....

Aide

Exercice 5

TI 82 Stats.fr, 83	Casio 35+
2nde calculs trace **5 : Intersec** Le curseur pointe la courbe de **Y1**. Appuyer sur entrer. Il pointe alors la courbe de **Y2**. Appuyer sur entrer, puis choisir la valeur initiale et appuyer de nouveau sur entrer. La calculatrice affiche les coordonnées du point d'intersection.	SHIFT F5 **(G.Solv) ISCT** EXE Le curseur se place sur le point d'intersection, puis la calculatrice affiche les coordonnées du point d'intersection.
Pour résoudre une équation de la forme $f(x) = 0$, entrer l'expression de $f(x)$ en **Y1**, entrer 0 en	