VECTEURS DE L'ESPACE

I. *Caractérisation vectorielle d'un plan*

1) Notion de vecteur dans l'espace

Définition

Un vecteur de l'espace est défini par ………………….. de l'espace, un ……..et une……… (…………).

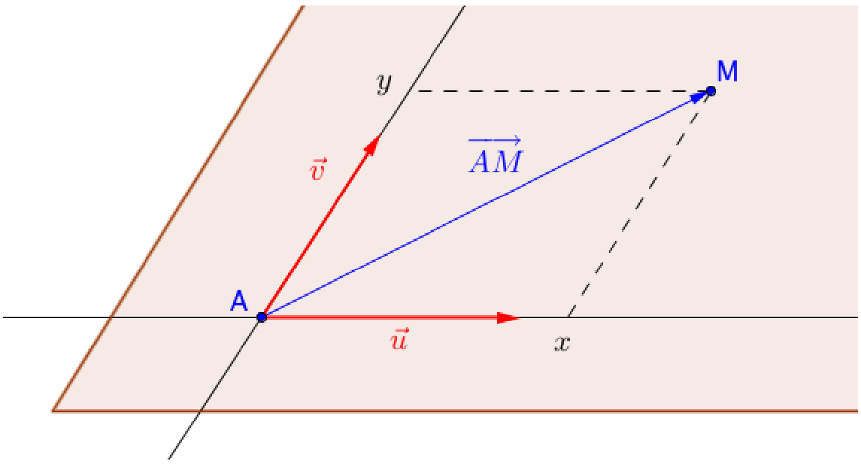
Remarque :
Les vecteurs de l'espace suivent les mêmes règles de construction qu'en géométrie plane : Relation de Chasles, propriétés en rapport avec la colinéarité, … restent valides.

→ Exercices 37 à 46 page 276
Faire en classe : n°38 et 43

2) Plan de l'espace

Propriété

Soit un point A et deux vecteurs de l'espace $\vec{u}$ et $\vec{v}$ non colinéaires.
L'ensemble des points M de l'espace tels que $\overrightarrow{AM} = x\vec{u} + y\vec{v}$, avec $x \in \mathbb{R}$ et $y \in \mathbb{R}$ est …………………… et dirigé par ….. et……..



Remarque :
Dans ces conditions, le triplet $\left(A;\vec{u},\vec{v}\right)$ est …………….. du plan.

Démonstration :
- Soit deux points B et C tel que $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$.

- Réciproquement, soit M un point de l'espace tel que $\overrightarrow{AM} = x\vec{u} + y\vec{v}$.

Remarque :
Un plan est donc totalement déterminé par ………….. et…………………………….

Propriété

Deux plans déterminés par le même couple de vecteurs non colinéaires sont ………………….

Démonstration :

Soit deux plan P et P' de repères respectifs $\left(A;\vec{u},\vec{v}\right)$ et $\left(B;\vec{u},\vec{v}\right)$.

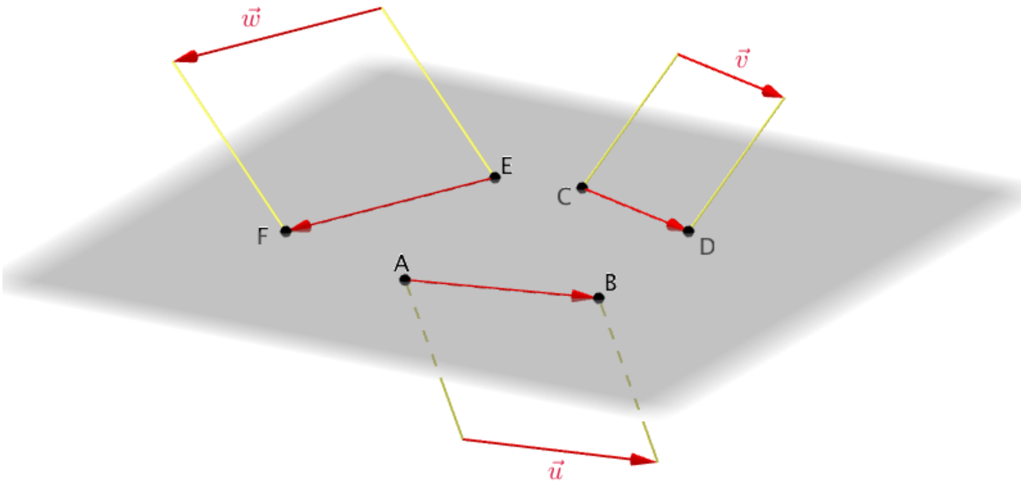
→ **Exercices 47 à 50 page 277**
Faire en classe : n°47 et 50

II. Vecteurs coplanaires et repère de l'espace

1) Vecteurs coplanaires

Définition

Trois vecteurs sont coplanaires s'ils possèdent des représentants appartenant à un même plan.



Propriété

Soit $\vec{i}$, $\vec{j}$ et $\vec{k}$ trois vecteurs non coplanaires.

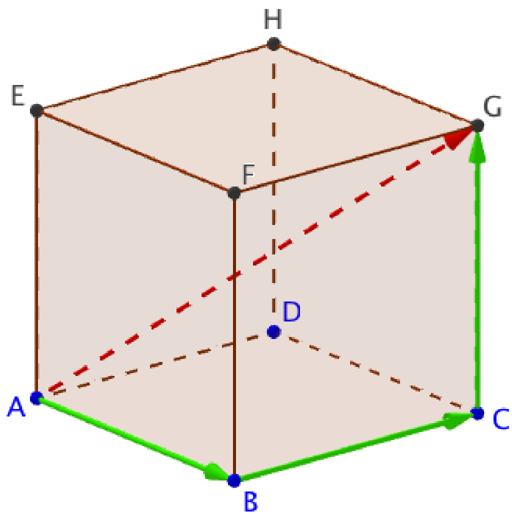
Pour tout vecteur $\vec{u}$, il existe un unique triplet $(x;y;z)$ tel que ………………...

Démonstration :

- **Existence :** Soit $\overrightarrow{AB}$ un représentant de $\vec{u}$. Soit P le plan de repère $\left(A;\vec{i},\vec{j}\right)$.

- **Unicité :**

<u>Exemple :</u>



ABCDEFGH est un cube.
Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CG}$ sont non coplanaires.
Le vecteurs $\overrightarrow{AG}$ se décompose en :
$\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CG}$.

2) Repère de l'espace

Définition

Soit $\vec{i}$, $\vec{j}$ et $\vec{k}$ trois vecteurs non coplanaires. O est un point de l'espace.
On appelle <u>repère de l'espace</u> le quadruplet $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

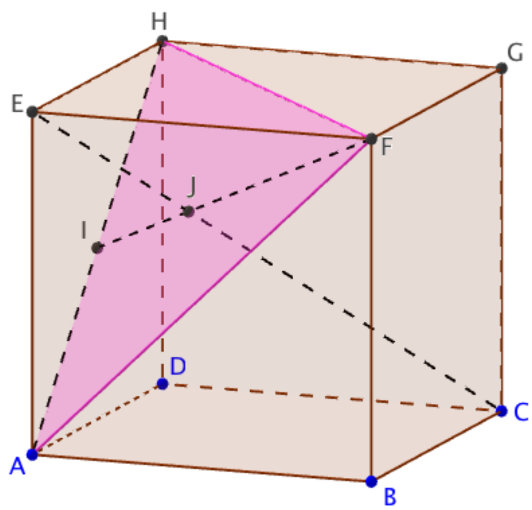
<u>Remarques :</u>
- O est appelé l'origine du repère.
- La décomposition $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ donne les coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ du point M.
- De même, la décomposition $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ donne les coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ du vecteur $\vec{u}$.

<u>Méthode :</u> Démontrer l'alignement par décomposition de vecteurs

ABCDEFGH est un cube.

Soit I le milieu de [AH] et J le point de [FI] tel que $\overrightarrow{FJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{FI}$.

Démontrer que les points E, J et C sont alignés.



III. *Représentation paramétrique d'une droite*

Propriété

L'espace est muni d'un repère $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

Soit une droite *d* passant par un point $A\begin{pmatrix} x_A \\ y_A \\ z_A \end{pmatrix}$ et de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$

On a : $M\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in d \Leftrightarrow$ Il existe un réel *t* tel que $\begin{cases} x = ... \\ y = ... \\ z = ... \end{cases}$

Remarque :
Ce système s'appelle une représentation paramétrique de la droite *d*.

Démonstration :

Méthode : Utiliser la représentation paramétrique d'une droite

L'espace est muni d'un repère $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

Soit les points $A\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $B\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Déterminer les coordonnées du point d'intersection de la droite (AB) avec le plan de repère $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.