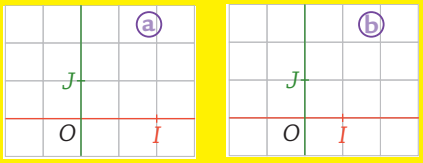
Repères et coordonnées de points

Définitions

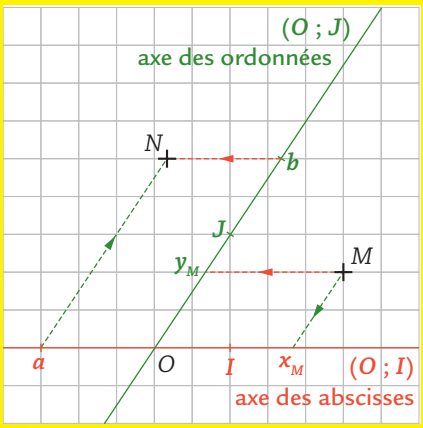
- On définit un **repère** du plan par la donnée, dans un ordre précis, de **trois points distincts non alignés**.
  Le **repère** $(O\,;I,J)$ a :
  – pour origine O ;
  – pour axe des abscisses l'axe orienté $(O\,;I)$, OI étant la distance unité sur cet axe ;
  – pour axe des ordonnées l'axe orienté $(O\,;J)$, OJ étant la distance unité sur cet axe.



ⓐ Repère orthogonal.
ⓑ Repère orthonormé.

- Le repère $(O\,;I,J)$ est :
  – **orthonormé** lorsque OIJ est un triangle rectangle isocèle en O ;
  – **orthogonal** lorsque OIJ est un triangle rectangle en O ;
  – **quelconque** dans tous les autres cas.

- Si on munit le plan d'un repère $(O\,;I,J)$, on dit que le plan est **rapporté au repère** $(O\,;I,J)$.
  – À tout point M du plan, on associe le couple de réels $(x_M\,;y_M)$ appelé coordonnées de M : x_M est l'abscisse du point M, y_M est l'ordonnée du point M.
  – À tout couple de réels $(a\,;b)$, on associe, comme sur le schéma ci-contre (en bas), le point N du plan de coordonnées $(a\,;b)$.



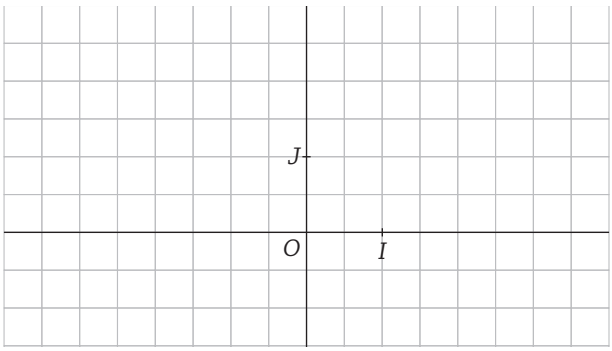
Maîtriser les définitions

1 Le plan est rapporté au repère orthonormé $(O\,;I,J)$.

1. Placer dans la figure ci-dessous les points suivants :
$A(2\,;-1)$, $B(-3\,;2)$, $C(0\,;1{,}5)$ et $D(-1\,;0)$.

2. En utilisant les points de la figure, compléter les égalités suivantes :

x ..... $= 1$; x ..... $= 2$; y ..... $= 1$; y ..... $= 2$



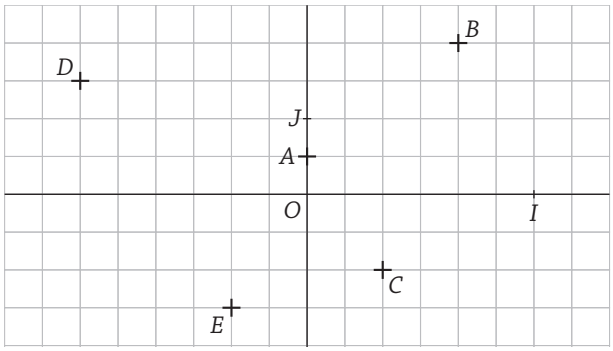
2 Le plan est rapporté au repère orthogonal $(O\,;I,J)$. On donne dans la figure ci-après les points A, B, C, D et E.

Compléter par lecture graphique les égalités suivantes :

$x_I =$ ..... $y_I =$ ..... $x_A =$ ..... $y_A =$ .....

$x_B =$ ..... $y_B =$ ..... $x_C =$ ..... $y_C =$ .....

$x_D =$ ..... $y_D =$ ..... $x_E =$ ..... $y_E =$ .....



3 Logique Le plan est rapporté au repère $(O\,;I,J)$. Compléter les phrases suivantes :

a. Si le point M a une abscisse nulle, alors il appartient à l'axe des .....

b. Si le point M appartient à l'axe des ordonnées, alors le point M a une ..... nulle.

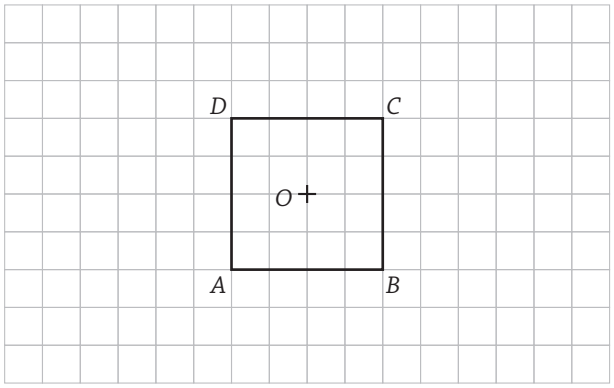
c. Le point M appartient à l'axe des abscisses si et seulement si le point M a une ..... nulle.

d. Les points A et B ont même abscisse si et seulement si la droite (AB) est parallèle à l'axe des .....

e. Les points A et B ont même ordonnée si et seulement si la droite (AB) est parallèle à l'axe des .....

Appliquer

4 Dans la figure ci-dessous, $ABCD$ est un carré de centre O. Soit E le symétrique de A par rapport à B.



1. Construire le point E.

2. Quelle est la nature du repère $(A\,;B, D)$? Justifier.

.....

.....

3. Déterminer les coordonnées des points O, A, B, C, D et E dans le repère $(A\,;B, D)$:

O(.....;.....) A(.....;.....) B(.....;.....)

C(.....;.....) D(.....;.....) E(.....;.....)

4. On considère maintenant le repère $(O\,;A, B)$.

a. Sur la figure ci-dessus, tracer en rouge l'axe des abscisses et en vert l'axe des ordonnées.

b. Quelle est la nature de ce repère ? Justifier.

.....

.....

.....

.....

.....

c. Compléter les phrases suivantes :

– l'axe des abscisses est l'axe .....;

– l'axe des ordonnées est l'axe .....

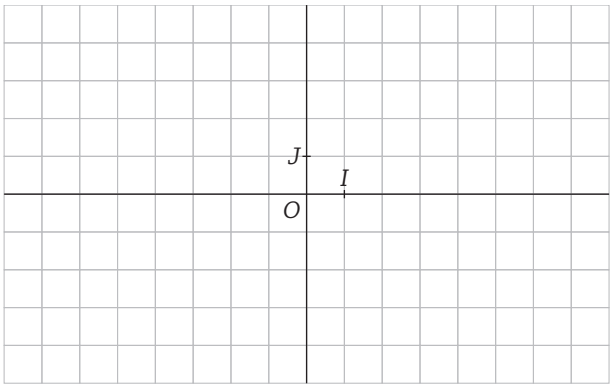
5. Déterminer les coordonnées des points suivants dans le repère $(O\,;A, B)$.

O(.....;.....) A(.....;.....) B(.....;.....)

C(.....;.....) D(.....;.....) E(.....;.....)

5 Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O\,;I, J)$, soit A le point tel que $OA = 4$, $\widehat{IOA} = 60°$, $x_A > 0$ et $y_A < 0$. P est le point qui a même abscisse que A et une ordonnée nulle.

1. Faire la construction des points A et P au compas.



2. Quelle est la nature du triangle OAP ?

.....

3. Calculer OP.

.....

.....

.....

4. a. Calculer AP.

.....

.....

.....

.....

b. En déduire la valeur exacte de sin 60°.

.....

.....

5. Quelles sont les coordonnées de A dans le repère $(O\,;I, J)$? Justifier.

.....

.....

.....