Milieu et distance

Propriétés

$(O\,;I,J)$ est un repère quelconque du plan.
Soit $A(x_A\,;y_A)$ et $B(x_B\,;y_B)$ deux points de ce plan.

- Les **coordonnées du milieu** K du segment $[AB]$ sont données par les formules suivantes :

$$x_K=\frac{x_A+x_B}{2}\ ;\quad y_K=\frac{y_A+y_B}{2}$$

- Si le repère $(O\,;I,J)$ est **orthonormé**, alors la **distance AB** est égale à :

$$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$$

Remarque : on peut aussi écrire : $AB=\sqrt{(x_A-x_B)^2+(y_A-y_B)^2}$
ou $AB^2=(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2=(x_A-x_B)^2+(y_A-y_B)^2$

Maîtriser les propriétés

1 $(O\,;I,J)$ est un repère orthonormé du plan.
Pour chaque affirmation, cocher la bonne réponse :

a. On définit les points $A\left(1\,;\,-\frac{1}{3}\right)$ et $B\left(\frac{2}{3}\,;\,5\right)$.

Le milieu I du segment $[AB]$ a pour coordonnées :

☐ $I\left(\frac{10}{3}\,;\,\frac{28}{2}\right)$ ☐ $I\left(\frac{1}{6}\,;\,-\frac{8}{3}\right)$ ☐ $I\left(\frac{5}{6}\,;\,\frac{7}{3}\right)$

b. On définit les points $A(3\,;0)$ et $B\,(-2\,;-2)$.
La distance AB est égale à :

☐ 7 ☐ -7 ☐ $\sqrt{29}$

c. On définit les points $A(2\,;4)$ et $B(1\,;5)$, ainsi que le cercle $(\mathscr{C})$ de centre A et de rayon 2.

☐ $AB=2$ ☐ $B\in(\mathscr{C})$ ☐ B est à l'intérieur de $(\mathscr{C})$

2 $(O\,;I,J)$ est un repère quelconque du plan. On définit les points $A(2\,;0)$ et $B(6\,;0)$.
Répondre par vrai ou faux aux affirmations suivantes :

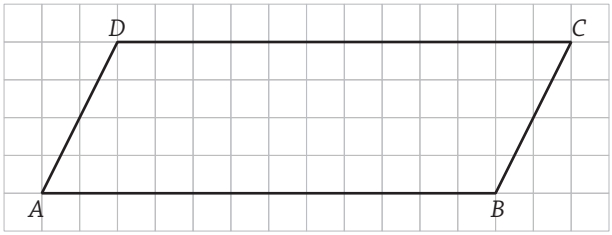
a. Le point C, symétrique de A par rapport à B, a pour coordonnées $(4\,;0)$. .....

b. Le point E, symétrique du milieu de $[AB]$ par rapport à O, a pour coordonnées $(-4\,;0)$. .....

Appliquer

3 $ABCD$ est un parallélogramme. Les points I, J, K et L sont les milieux respectifs de $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[AD]$. P et Q sont les milieux respectifs de $[LJ]$ et $[KI]$.

1. Compléter la figure suivante en plaçant les points I, J, K, L, P et Q. Représenter le quadrilatère $IJKL$.



2. Le plan est rapporté au repère $(A\,;B,D)$.

a. Donner les coordonnées des points I, J, K et L par lecture graphique :

.....

b. Compléter les calculs des coordonnées de P et Q :

$x_P=\frac{x_{\dots}+x_{\dots}}{2}$ et $y_P=\frac{y_{\dots}+y_{\dots}}{2}$.

$x_P=\frac{0+1}{2}$ et $y_P=$ ..... $P($.....$)$

$x_Q=\frac{x_{\dots}+x_{\dots}}{2}$ et $y_Q=\frac{y_{\dots}+y_{\dots}}{2}$.

$x_Q=\frac{0{,}5+0{,}5}{2}$ et $y_Q=$ ..... $Q($.....$)$

c. Que peut-on dire des points P et Q ?

.....

.....

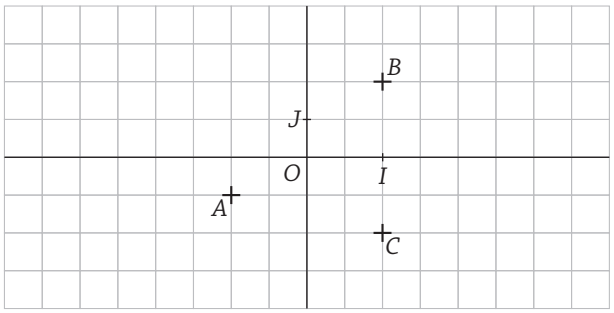
3. Quelle est la nature du quadrilatère $IJKL$?

.....

.....

.....

4 Dans la figure ci-dessous, $(O\,;I,J)$ est un repère orthogonal du plan.
On donne trois points : A, B et C.



1. Donner les coordonnées des points A, B et C par lecture graphique :

.....

2. Soit le point K, milieu du segment $[AB]$.
a. Construire le point K sur le schéma ci-dessus.
b. Afin de calculer les coordonnées du point K, compléter la rédaction suivante :

$A($.....$)$, $B($.....$)$ et K ..... de $[AB]$.

Donc $x_K = \dfrac{x_{\dots} + x_{\dots}}{2}$ et $y_K = \dfrac{y_{\dots} + y_{\dots}}{2}$.

Donc $x_K =$ ..... et $y_K =$ .....

Donc $K($.....$)$.

c. Vérifier ce résultat graphiquement.

3. Soit le point $L(0\,;-1{,}5)$.
a. Construire le point L sur le schéma ci-dessus.
b. Quelle conjecture peut-on faire pour le point L ?

.....

c. Afin de démontrer la conjecture, compléter la rédaction suivante :
Soit le point P, milieu de $[AC]$.

$A($.....$)$ et $C($.....$)$.

Donc $x_P = \dfrac{x_{\dots} + x_{\dots}}{2}$ et $y_P = \dfrac{y_{\dots} + y_{\dots}}{2}$

Donc $x_P =$ ..... et $y_P =$ .....

Donc $P($.....$)$.

Les points L et P ont les mêmes .....

donc ils sont .....

Donc le point L .....

4. Soit le point D, le symétrique de C par rapport au point K.
a. Construire le point D et lire ses coordonnées.

.....

b. Afin de démontrer le résultat obtenu par lecture graphique, compléter la rédaction suivante :

$C($.....$)$ et $K($.....$)$.

Le point D est le symétrique du point C par rapport au point K si et seulement si K est le milieu de .....

Donc $x_K = \dfrac{x_{\dots} + x_{\dots}}{2}$ et $y_K = \dfrac{y_{\dots} + y_{\dots}}{2}$

Donc $0 = \dfrac{x_D + 1}{2}$ et .....

Donc $0 = x_D + 1$ et .....

Donc $x_D =$ ..... et $y_D =$ ..... donc $D($.....$)$.

5. a. Construire le quadrilatère $ABCD$.

b. Quelle est la nature de ce quadrilatère ? Justifier.

.....

.....

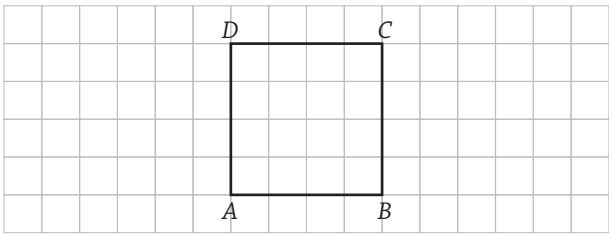
.....

.....

5 Dans la figure ci-dessous, $ABCD$ est un carré.
Le point I est le milieu du segment $[BC]$. J est le point de la demi-droite d'origine B passant par A tel que :

$$BJ = \frac{3}{2}BA\,.$$

1. Construire les points I et J.



2. On se place dans le repère orthonormé $(A\,;B,D)$.
a. Donner les coordonnées des points C, B, et J par lecture graphique :

$C($.....$)$ $B($.....$)$ $J($.....$)$

b. Déterminer les coordonnées du point I en complétant le calcul suivant :

Le point I est .....

Donc $x_I =$ ..... et $y_I =$ .....

Donc $x_I =$ ..... et $y_I =$ ..... $\Rightarrow I($.....$)$.

c. Afin de calculer IJ^2, DJ^2 et DI^2, compléter les calculs suivants :

$I($.....$)$ $J($.....$)$ $D($.....$)$

IJ^2 = ... + ... = ...

DJ^2 = ... + ... = ...

DI^2 = ... + ... = ...

d. Montrer que le triangle DIJ est un triangle rectangle.
Pour cela, compléter la démonstration suivante :

$DI^2 + DJ^2 =$ ..... et $IJ^2 =$ .....

$IJ^2 =$ ..... donc d'après .....

..... le triangle DIJ est

.....