Terminale S3	Evaluation de mathématiques n°1 Durée 55 mn	5 septembre 2016

Votre rédaction devra être irréprochable !

Exercice 1 (3 points)

Soit (v_n) la suite définie par $v_0 = 4$ et $v_{n+1} = 2v_n - 7$ pour tout entier naturel *n*.
Démontrer par récurrence que $v_n = 7 - 3 \times 2^n$ pour tout $n > 0$.

Exercice 2 (4 points)

Soit (w_n) la suite définie par $w_0 = 4$ et $w_{n+1} = \frac{1}{3}w_{n+1} - 2w_n$ pour tout entier naturel *n*.

a) La suite est-elle arithmétique ? géométrique ?
b) Etudiez les variations de la suite (w_n) .

Exercice 3 (3 points)

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 5$ et $u_{n+1} = \frac{1}{5}u_n + 3$ pour tout entier naturel *n*.
Montrer par récurrence que la suite (u_n) est décroissante.

Exercice 4 (4 points)

Soit (u_n) la suite définie par $u_n = \frac{1}{n^2}$ pour tout $n > 0$.

a) Déterminer n tel que $|u_n| < 10^{-3}$.
b) Soit e un réel strictement positif choisi arbitrairement.
Montrer qu'il existe un rang N à partir duquel $|u_n| < e$.
Que peut-on en déduire ?

Exercice 5 ($4 \times 1{,}5$ points)

Calculer les limites suivantes

$\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{\sqrt{n}}+1\right)\left(n^2+3\right)$; $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{2n^2-2n+1}{n^2+1}$; $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(2n-3\sqrt{n}\right)$; $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{-2n^3+1}{1-n^4}$

Question BONUS

Pour tout entier $n \geq 2$, on considère la fonction P_n , définie pour tout $x \in \mathbb{R}$, par :

$$P_n(x) = \sum_{k=1}^{n} x^k - 1 \ .$$

Etudier, pour tout $n \geq 2$, le sens de variation de la suite P_n sur $\mathbb{R}^+$ et préciser $P_n(0)$ et $P_n(1)$.