

Exercice 1

$$1. \text{ Résoudre le système : } \begin{cases} a + b + c = 0 \\ 8a + 4b + 2c = 3 \\ 9a + 3b + c = 5 \end{cases} \quad \text{Indiquer les étapes intermédiaires.}$$

2. Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

a. Déterminer les réels a, b et c tels que la parabole d'équation $y = ax^2 + bx + c$ passe par les points :

$$A(1; 0), B\left(2; \frac{3}{2}\right) \text{ et } C(3; 5).$$

b. Déterminer les coordonnées du sommet S de cette parabole.

Exercice 2

On désigne par f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{4x}{x^2 + 1}$. (C) est la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (aucune construction n'est demandée dans cet exercice).

Partie A : Etude des propriétés de f .

1. Etablir la relation : $f(x) = -f(-x)$ sur \mathbb{R} .
2. On considère les points M et M' de la courbe (C) de coordonnées respectives $(x; f(x))$ et $(-x; f(-x))$.
Etablir que l'origine O du repère est le milieu du segment $[MM']$.
3. Que peut-on en déduire pour la courbe (C) .

Partie B :

1. En détaillant les étapes du calcul, établir que la dérivée f' de f est définie par : $f'(x) = 4 \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$.
2. Etudier sur \mathbb{R} le signe de f' .
3. En déduire les variations de f puis dresser son tableau de variations.
4. On considère la droite (Δ) d'équation $y = 4x$, montrer que cette droite (Δ) est la tangente à la courbe (C) au point de coordonnées $(0; 0)$.