Terminale S3	Évaluation de mathématiques n°1 Durée 55 mn	29 août 2018

Exercice 1 (6 points)

Soit (u_n) la suite définie par $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1 \end{cases}$

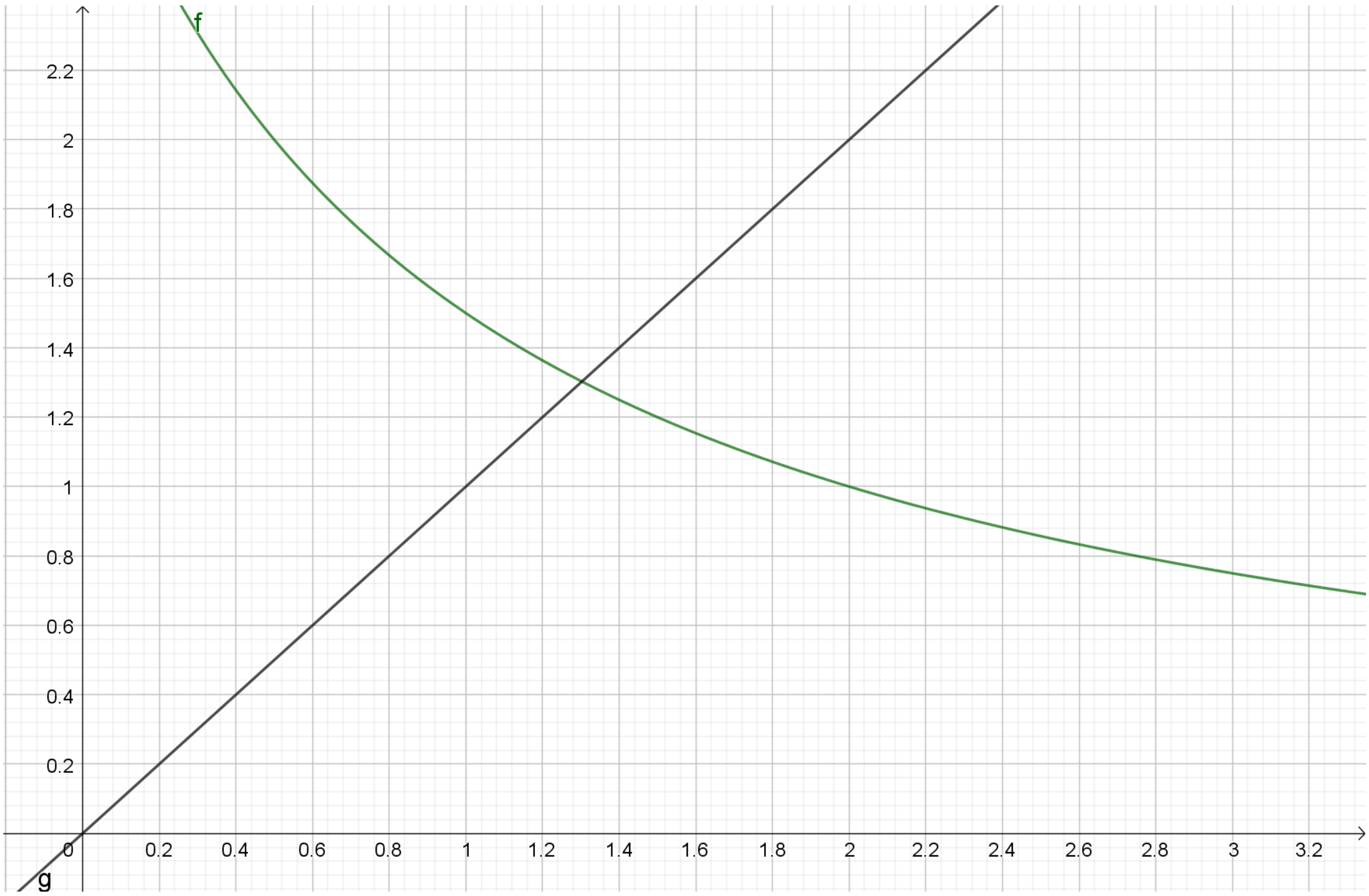
1. Calculer u_1 et u_2.
2. La suite est-elle arithmétique, géométrique ? Justifier.
3. Montrer à l'aide d'un raisonnement par récurrence, que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \leq 2$.

Exercice 2 (7 points)

Soit (u_n) la suite définie par $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{3}{u_n+1} \end{cases}$ et f la fonction définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = \frac{3}{x+1}$.

On admet que la fonction f est strictement décroissante sur $[0\,;\,+\infty[$.

1. Résoudre l'équation $f(x) = x$.
2. Construire sur le graphique suivant les 5 premiers termes de la suite u_n en laissant apparaître les traits de construction.



3. Démontrer par récurrence que : pour tout entier naturel n, $\frac{3}{4} \leq u_n \leq 3$.
4. Quelle conjecture pouvez-vous faire comportant le comportement de la suite u pour des grandes valeurs de n.

Exercice 3 *(4 points)*

Montrer, en utilisant un raisonnement par récurrence, que pour tout entier naturel n :

$$1 + 2 + 3 + 4 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

……

……

……

……

……

……

……

……

……

Exercice 4 *(5 points)*

On considère la suite u définie par $u_0 = 0$, $u_1 = 1$ et pour tout entier $n \geq 1$:

$$u_{n+1} = 4u_n - 3u_{n-1}$$

Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n : $u_n = \frac{3^n - 1}{2}$

……

……

……

……

……

……

……

……

……

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………