Exercices de révision pour le contrôle du 16 septembre 2019
Livre Sésamath

Il est fortement conseillé de traité chaque exercice sans calculatrice afin de perfectionner le calcul mental.

Exercice 31 page 94 (N3)

31 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 4x + 5$.

1. Compléter l'égalité ci-dessous avec des réels.

$$x^2 + 4x + \dots = (x + \dots)^2$$

2. En déduire la forme canonique de f.

Corrigé

1) $x^2 + 4x + 4 = (x+2)^2$

2) $x^2 + 4x + 5 = x^2 + 4x + 4 + 1 = (x+2)^2 + 1$

Exercice 52 page 96 (N1)

52 Déterminer, si elles existent, les racines des trinômes suivants.

a) $f(x) = -2x^2 + 3x - 4$

b) $g(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 8$

c) $h(x) = -x^2 - 2x + 35$

Corrigé

a)

$\Delta = 3^2 - 4 \times (-2) \times (-4) = -23 < 0$

Donc le trinôme n'admet aucune racine.

b) $\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-4)^2 - 4 \times \frac{1}{2} \times 8 = 0.$

$$x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2 \times \frac{1}{2}} = 4$$

Donc le trinôme admet une unique racine qui est 4.

c) $\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-2)^2 - 4 \times (-1) \times 35 = 144 > 0.$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-2) - \sqrt{144}}{2 \times (-1)} = 5$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-2) + \sqrt{144}}{2 \times (-1)} = -7$$

Donc le trinôme admet deux racines distinctes, qui sont 5 et –7.

Exercice 53 page 96 (N2)

53 Soit f la fonction définie par $f(x) = 2x^2 - 8x - 10$.

1. Vérifier que –1 et 5 sont les racines de f.

2. En déduire la forme factorisée de f.

Corrigé

53. 1. $f(-1) = 2 \times (-1)^2 - 8 \times (-1) - 10 = 0$

$f(5) = 2 \times 5^2 - 8 \times 5 - 10 = 0$

Donc –1 et 5 sont les racines de f.

2. f admet deux racines distinctes.

Donc pour tout réel x, $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$

Donc $f(x) = 2(x+1)(x-5)$

Exercice 60 page 96 (N1)

60 Dresser le tableau de signes de chaque fonction définie ci-dessous.

a) $f(x) = 2x^2 - 4x - 16$

b) $g(x) = 9x^2 + 24x + 16$

c) $h(x) = 2x^2 - 5x + 6$

Corrigé

60. a) $\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-4)^2 - 4 \times 2 \times (-16) = 144 > 0$

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-4)-\sqrt{144}}{2 \times 2} = -2$$

$$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-4)+\sqrt{144}}{2 \times 2} = 4$$

$a = 2 > 0$, donc on a :

x	$-\infty$		-2		4		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

b) $\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 24^2 - 4 \times 9 \times 16 = 0.$

$$x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{24}{2 \times 9} = -\frac{4}{3}$$

$a = 9 > 0$, donc on a :

x	$-\infty$		$-\frac{4}{3}$		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$+$	

c) $\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-5)^2 - 4 \times 2 \times 6 = -23 < 0.$

$a = 2 > 0$, donc on a :

x	$-\infty$		$+\infty$
$h(x)$		$+$	

Exercice 63 page 96 (N1-N2)

63 Déterminer l'ensemble des solutions réelles des inéquations suivantes.

a) $-6x^2 + 15x - 4 \leqslant 2$ **b)** $-7x^2 + 4x - 9 > -8$

Corrigé

63. a) $-6x^2 + 15x - 4 \leqslant 2 \Leftrightarrow -6x^2 + 15x - 6 \leqslant 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 15^2 - 4 \times (-6) \times (-6) = 81 > 0.$

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-15-\sqrt{81}}{2 \times (-6)} = 2$$

$$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-15+\sqrt{81}}{2 \times (-6)} = \frac{1}{2}$$

$a = -6 < 0$, donc on a :

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		2		$+\infty$
$-6x^2 + 15x - 6$		$-$	0	$+$	0	$-$	

L'inéquation à résoudre est $-6x^2 + 15x - 6 \leqslant 0$.

Donc $S = \left]-\infty ; \frac{1}{2}\right] \cup \left[2 ; +\infty\right[$.

b) $-7x^2 + 4x - 9 > -8 \Leftrightarrow -7x^2 + 4x - 1 > 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 4^2 - 4 \times (-7) \times (-1) = -12 < 0.$

Exercice 77 page 97 (N3+)

77 Déterminer deux nombres entiers consécutifs dont la somme des carrés est égale à 4141.

Corrigé

77. Soit x le plus petit entier recherché.

$x^2 + (x+1)^2 = 4\,141 \Leftrightarrow x^2 + x^2 + 2x + 1 = 4\,141$

$\Leftrightarrow 2x^2 + 2x - 4\,140 = 0$

$\Delta = 2^2 - 4 \times 2 \times (-4\,140) = 33\,124 > 0$

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2+\sqrt{33\,124}}{2\times 2} = -46$$

$$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2+\sqrt{33\,124}}{2\times 2} = 45$$

Les deux entiers recherchés sont donc -46 et -45 ou 45 et 46.

Exercice 92 page 98 (N3)

92 On considère un rectangle de périmètre 25 cm et d'aire 25 cm². Déterminer la longueur et la largeur du rectangle.

Corrigé

Soit x la longueur du rectangle et y largeur du rectangle.
x et y sont solutions du système :

$$\begin{cases} 2x+2y = 25 \\ x \times y = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 12{,}5 \\ x \times y = 25 \end{cases}$$

1ère méthode : Résolution de système

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 12{,}5 - x \\ x \times (12{,}5 - x) = 25 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 12{,}5 - x \\ -x^2 + 12{,}5x - 25 = 0 \end{cases}$$

Résolvons $-x^2 + 12{,}5x - 25 = 0$.

$\Delta = 12{,}5^2 - 4 \times (-1) \times (-25) = 56{,}25 > 0$

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-12{,}5-\sqrt{56{,}25}}{2\times(-1)} = 10$$

$$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-12{,}5+\sqrt{56{,}25}}{2\times(-1)} = 2{,}5$$

Si $x = 10$, alors $y = 12{,}5 - 10 = 2{,}5$.

Si $x = 2{,}5$, alors $y = 12{,}5 - 2{,}5 = 10$.

Donc la largeur du rectangle est 2,5 et sa longueur est 10.

2ème méthode : Somme et produit des racines

x et y sont solutions de l'équation :
$x^2 - Sx + P = 0$ où $S = x + y$ et $P = x \times y$
Donc de $x^2 - 12{,}5x + 25 = 0$
C'est une équation du second degré.

$$\Delta = (-12{,}5)^2 - 4 \times 1 \times 25 = 56{,}25 > 0$$

Résolution effectuée à la 1ère méthode.