

Chapitre 3 – Suites numériques

Les fondamentaux (Livre CQFD pages 46 et 47)

• Calculer avec des puissances

1 Soit n un nombre entier. Dans chaque cas, calculer et écrire le résultat sous forme d'une puissance de 3.

a) $3^{2n} \times 3 = 3^{2n+1}$	b) $(3^{n+1})^2$ $= 3^{2 \times (n+1)} = 3^{2n+2}$
c) $\frac{6^{2n}}{2^{2n}} = \frac{(3 \times 2)^{2n}}{2^{2n}}$ $= \frac{3^{2n} \times 2^{2n}}{2^{2n}} = 3^{2n}$	d) $\frac{3^{n-1}}{3^{n+1}}$ $= 3^{(n-1)-(n+1)} = 3^{-2}$

2 Soit n un nombre entier. Dans chaque cas, calculer et écrire le résultat sous forme d'une puissance de 5.

a) $5^n \times 5^2 = 5^{n+2}$	b) $(5^3)^n = 5^{3n}$
c) $\frac{10^{n+1}}{2^{n+1}}$ $= \frac{(5 \times 2)^{n+1}}{2^{n+1}}$ $= \frac{5^{n+1} \times 2^{n+1}}{2^{n+1}}$ $= 5^{n+1}$	d) $\frac{5^{3n+1}}{5^{2n-1}}$ $= 5^{(3n+1)-(2n-1)}$ $= 5^{n+2}$

• Factoriser des expressions

Dans les exercices 4 et 5, dans chaque cas, déterminer par factorisation une expression de $f(a)$ pour que l'égalité soit vraie pour tout réel a .

4 a. $4 - 2a = -2f(a)$

b. $3a + 1 = 6f(a)$

c. $\frac{1}{4}a + \frac{1}{2} = \frac{1}{4}f(a)$

d. $0,8a + 1\,200 = 0,8f(a)$

e. $60 - (0,95a + 3) = 0,95f(a)$

f. $1,02a + 938,4 = 1,02f(a)$

Corrigé détaillé ➔ p. 362

Corrigé

a) $4 - 2a = -2f(a) \Leftrightarrow f(a) = \frac{4 - 2a}{-2}$
 $= -2 + a$

Donc $4 - 2a = -2(-2 + a)$

b) $3a + 1 = 6\left(\frac{3a + 1}{6}\right) = 6\left(\frac{1}{2}a + \frac{1}{6}\right)$

c. $\frac{1}{4}a + \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \times (a + 2)$

d. $0,8a + 1\,200 = 0,8 \times \left(a + \frac{1\,200}{0,8}\right) = 0,8 \times (a + 1\,500)$

e. $60 - (0,95a + 3) = 60 - 0,95a - 3 = 57 - 0,95a$
 $= 0,95 \times \left(\frac{57}{0,95} - a\right) = 0,95(60 - a)$

f. $1,02a + 938,4 = 1,02 \left(a + \frac{938,4}{1,02}\right) = 1,02(a + 920)$

5 a. $\frac{1}{2}a + \frac{1}{3} = \frac{1}{6}f(a)$

b. $0,75a - 1\,200 = 0,75f(a)$

c. $\left(\frac{1}{3}a - \frac{4}{9}\right) - \frac{2}{9} = \frac{1}{3}f(a)$

d. $625 - (0,92a + 50) = 0,92f(a)$

e. $0,41 + 0,5a - 0,82 = 0,5f(a)$

f. $57 - 0,95a = 0,95f(a)$

a) $\frac{1}{2}a + \frac{1}{3} = \frac{1}{6}f(a) \Leftrightarrow f(a) = 6 \times \left(\frac{1}{2}a + \frac{1}{3}\right)$
 $\Leftrightarrow f(a) = 3a + 2$

b) $0,75a - 1\,200 = 0,75\left(a - \frac{1\,200}{0,75}\right)$
 $= 0,75(a - 1\,600)$

c. $\left(\frac{1}{3}a - \frac{4}{9}\right) - \frac{2}{9} = \frac{1}{3}(a - 2)$

d. $625 - (0,92a + 50) = 0,92(-a + 625)$

e. $0,41 + 0,5a - 0,82 = 0,5(a - 0,82)$

f. $57 - 0,95a = 0,95(-a + 60)$

• Déterminer des images d'entiers par une fonction

8 Soit les fonctions u et v suivantes :

• $u: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

• $v: \mathbb{R} \setminus \{-2\} \rightarrow \mathbb{R}$

$x \mapsto 4x + 1$

$x \mapsto \frac{x-1}{x+2}$

Pour toutes les questions qui suivent, n est un entier naturel.

- Déterminer, en fonction de n , l'expression de $u(n+1)$ et $v(n+1)$.
- Déterminer, en fonction de n , l'expression de $u(n-1)$ et $v(n-1)$.
- Déterminer, en fonction de n , l'expression de $u(2n)$ et $v(2n)$.

Corrigé

1. $u(n+1) = 4n+5$ $v(n+1) = \frac{n}{n+3}$	2. $u(n-1) = 4n-3$ $v(n-1) = \frac{n-2}{n+1}$	3. $u(2n) = 8n+1$ $v(n-1) = \frac{2n-1}{2n+2}$
------------------------------------------------	--------------------------------------------------	---------------------------------------------------

• Interpréter un programme

12 Voici un algorithme :

```
t ← 0
Pour k allant de 1 à 4
  t ← t + 3
```

1. Quel nombre est stocké dans la variable t après l'exécution de ce programme ?

On pourra recopier et compléter le tableau suivant :

Valeur de k		1			
Valeur de t	0				

Corrigé

Valeur de k		1	2	3	4
Valeur de t	0	3	6	9	12

Après exécution du programme, t vaut 12.

2. Quel(s) programme(s) permet(tent) de déterminer le résultat donné par l'algorithme ?

• Programme 1

```
def ex12():
  t=0
  for k in range(4):
    t=t+3
  return t
```

• Programme 2

```
def ex12():
  t=0
  for k in range(4):
    t=t+3
  return t
```

• Programme 3

```
def ex12(t):
  for k in range(4):
    t=t+3
```

• Programme 4

```
def ex12(t):
  for k in range(4):
    t=t+3
  return t
```

Corrigé

- Le programme 1 est correct.
- Le programme 2 ne convient pas car il manque les indentations.
- Le programme 3 ne convient pas car la fonction $ex12()$ ne renvoie pas de nombre (il n'y a pas d'instruction $return$).
- Le programme 4 est correct si on l'utilise avec 0 comme valeur de t : $ex12(0)$ renverra la valeur correcte.

• Appliquer ou calculer un pourcentage d'évolution

17 Répondre aux questions suivantes, elles sont indépendantes les unes des autres.

- Si un prix subit une augmentation de 25 %, par combien est-il multiplié ?
- Si un prix subit une diminution de 15 %, par combien est-il multiplié ?
- Si on multiplie un prix par 1,5, quel est son pourcentage d'augmentation ?
- Si on multiplie un prix par 0,8, quel est son pourcentage de diminution ?

Corrigé

- Le prix est multiplié par 1,25.
- Le prix est multiplié par 0,85.
- Son pourcentage d'augmentation est 50%.
- Son pourcentage de diminution est 20%.