

Exercice 1 (5 points)

Pour chacune des trois affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse. Une réponse non justifiée n'est pas prise en compte. Une absence de réponse n'est pas pénalisée.

1. Zoé se rend à son travail à pied ou en voiture. Là où elle habite, il pleut un jour sur quatre. Lorsqu'il pleut, Zoé se rend en voiture à son travail dans 80 % des cas. Lorsqu'il ne pleut pas, elle se rend à pied à son travail avec une probabilité égale à 0,6.

Affirmation 1 : « Zoé utilise la voiture un jour sur deux. »

2. Dans l'ensemble E des issues d'une expérience aléatoire, on considère deux événements A et B .

Affirmation 2 : « Si A et B sont indépendants, alors A et \bar{B} sont aussi indépendants. »

3. On sait que 39 % de la population française est du groupe sanguin A+. On cherche à savoir si cette proportion est la même parmi les donneurs de sang. On interroge 183 donneurs de sang et parmi eux, 34 % sont du groupe sanguin A+.

Affirmation 3 : « On ne peut pas rejeter, au seuil de 5%, l'hypothèse selon laquelle la proportion de personnes du groupe sanguin A+ parmi les donneurs de sang est de 39% comme dans l'ensemble de la population. »

Exercice 2 (8 points)

Dans cet exercice, les probabilités seront arrondies au centième.

Partie A

Un grossiste achète des boîtes de thé vert chez deux fournisseurs. Il achète 80 % de ses boîtes chez le fournisseur A et 20 % chez le fournisseur B.

10 % des boîtes provenant du fournisseur A présentent des traces de pesticides et 20 % de celles provenant du fournisseur B présentent aussi des traces de pesticides.

On prélève au hasard une boîte du stock du grossiste et on considère les événements suivants :

- événement A : « la boîte provient du fournisseur A » ;
- événement B : « la boîte provient du fournisseur B » ;
- événement S : « la boîte présente des traces de pesticides ».

1. Traduire l'énoncé sous forme d'un arbre pondéré.
2. **a.** Quelle est la probabilité de l'événement $B \cap \bar{S}$?
b. Justifier que la probabilité que la boîte prélevée ne présente aucune trace de pesticides est égale à 0,88.
3. On constate que la boîte prélevée présente des traces de pesticides. Quelle est la probabilité que cette boîte provienne du fournisseur B ?

Partie B

Le gérant d'un salon de thé achète 10 boîtes chez le grossiste précédent. On suppose que le stock de ce dernier est suffisamment important pour modéliser cette situation par un tirage aléatoire de 10 boîtes avec remise.

On considère la variable aléatoire X qui associe à ce prélèvement de 10 boîtes, le nombre de boîtes sans traces de pesticides.

1. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2. Calculer la probabilité que les 10 boîtes soient sans trace de pesticides.
3. Calculer la probabilité qu'au moins 8 boîtes ne présentent aucune trace de pesticides.

Exercice 2 (8 points)

On dispose d'un dé équilibré à 6 faces numérotées de 1 à 6 et de 2 pièces A et B ayant chacune un côté pile et un côté face. Un jeu consiste à lancer une ou plusieurs fois le dé.

Après chaque lancer de dé, si l'on obtient 1 ou 2, alors on retourne la pièce A, si l'on obtient 3 ou 4, alors on retourne la pièce B et si l'on obtient 5 ou 6, alors on ne retourne aucune des deux pièces.

Au début du jeu, les 2 pièces sont du côté face.

1. Dans l'algorithme ci-dessous, 0 code le côté face d'une pièce et 1 code le côté pile. Si a code le côté de la pièce A à un instant donné, alors $1 - a$ code le côté de la pièce A après l'avoir retournée.

a, b, d, s sont des entiers

i, n sont des entiers supérieurs ou égaux à 1

a ← 0

b ← 0

Saisir n

Pour i allant de 1 à n faire

d prend la valeur d'un entier aléatoire compris entre 1 et 6

Si d ≤ 2 alors

a ← 1 - a

Sinon

Si d ≤ 4 alors

b ← 1 - b

Fin Si

Fin Si

s ← a + b

Fin Pour

Afficher s

- (a) On exécute cet algorithme en saisissant $n = 3$ et en supposant que les valeurs aléatoires générées successivement pour d sont 1 ; 6 et 4. Compléter le tableau donné ci-dessous contenant l'état des variables au cours de l'exécution de l'algorithme :

- (b) Cet algorithme permet-il de décider si à la fin les deux pièces sont du côté pile ?

2. Pour tout entier naturel n , on note :

- X_n l'évènement : « à l'issue de n lancers de dés, les deux pièces sont du côté face »
 - Y_n l'évènement : « à l'issue de n lancers de dés, une pièce est du côté pile et l'autre est du côté face »
 - Z_n l'évènement : « à l'issue de n lancers de dés, les deux pièces sont du côté pile ».
- De plus on note, $x_n = P(X_n)$; $y_n = P(Y_n)$ et $z_n = P(Z_n)$ les probabilités respectives des évènements X_n , Y_n et Z_n .

(a) Donner les probabilités x_0 , y_0 et z_0 respectives qu'au début du jeu il y ait 0, 1 ou 2 pièces du côté pile.

(b) Justifier que $P_{X_n}(X_{n+1}) = \frac{1}{3}$.

(c) Compléter l'arbre ci-dessous en donnant les probabilités sur ses branches, certaines pouvant être nulles.

(d) Pour tout entier naturel n , exprimer z_n en fonction de x_n et y_n .

(e) En déduire que, pour tout entier naturel n , $y_{n+1} = -\frac{1}{3}y_n + \frac{2}{3}$.

(f) On pose, pour tout entier naturel n , $b_n = y_n - \frac{1}{2}$.

Montrer que la suite (b_n) est géométrique.

En déduire que, pour tout entier naturel n , $y_n = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times \left(-\frac{1}{3}\right)^n$.

(g) Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} y_n$.

Interpréter le résultat.

État des variables au cours de l'exécution de l'algorithme

variables	i	d	a	b	s
initialisation	X	X			X
1 ^{er} passage boucle Pour					
2 ^e passage boucle Pour					
3 ^e passage boucle Pour					

