Seconde — **DS de Mathématiques n°1** — **5 octobre 2019**

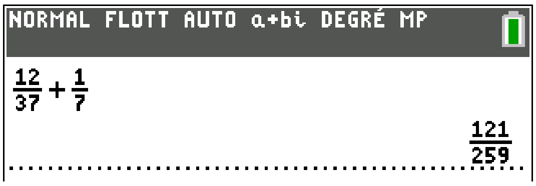
Durée : 2 heures

Exercice 1 (3 points)

1. Effectuer les sommes suivantes en **détaillant** vos calculs.

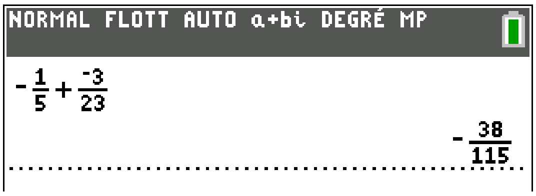
$$A=\frac{12}{37}+\frac{1}{7}=\frac{12\times 7}{37\times 7}+\frac{1\times 37}{7\times 37}=\frac{84}{259}+\frac{37}{259}=\frac{121}{259}$$

Vérification calculatrice :



$$B=-\frac{1}{5}+\frac{-3}{23}=-\frac{1\times 23}{5\times 23}+\frac{-3\times 5}{23\times 5}=-\frac{23}{115}+\frac{-15}{115}=\frac{-23-15}{115}=-\frac{38}{115}$$

Vérification calculatrice :



2. Effectuer les produits suivants en **détaillant** vos calculs.

$$A=-\frac{60}{11}\times\frac{3}{-4}=\frac{-60\times 3}{11\times(-4)}=\frac{-180}{-44}=\frac{-4\times 45}{-4\times 11}=\frac{45}{11}$$

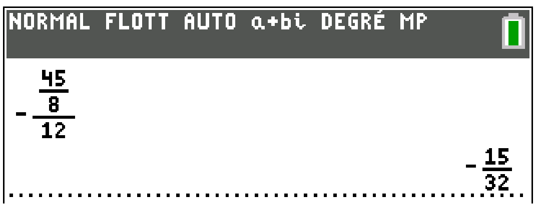
Vérification calculatrice :

$$B=\frac{69}{45}\times\frac{-5}{23}=\frac{23\times 3\times(-5)}{5\times 3\times 3\times 23}=-\frac{1}{3}$$

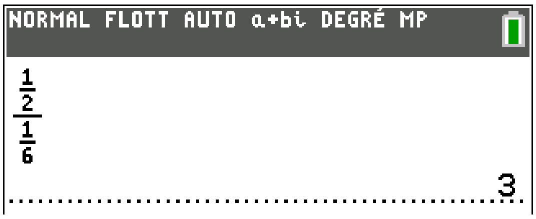
3. Effectuer les divisions suivantes en **détaillant** vos calculs.

$$A=-\frac{\frac{45}{8}}{12}=\frac{45}{8}\times\frac{-1}{12}=\frac{3\times 3\times 5\times(-1)}{8\times 3\times 4}=-\frac{15}{32}$$

Vérification calculatrice :

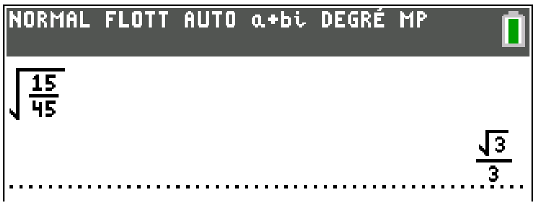


$$B = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{6}} = \frac{1}{2} \times 6 = \frac{6}{2} = 3$$

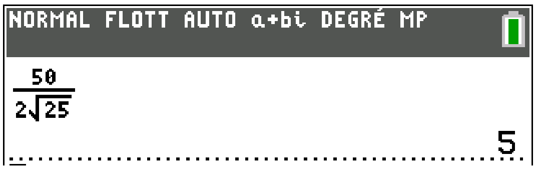
Vérification calculatrice : 

Exercice 2 – Calculer en détaillant vos calculs (1,5 points)

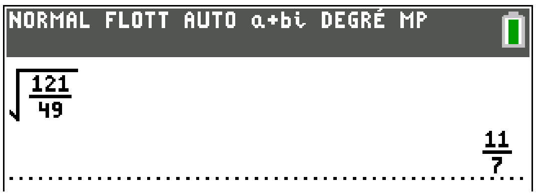
$$A = \sqrt{\frac{15}{45}} = \sqrt{\frac{3 \times 5}{3 \times 3 \times 5}} = \sqrt{\frac{1}{3}}$$

Vérification calculatrice : 

$$B = \frac{50}{2\sqrt{25}} = \frac{2 \times 5^2}{2\sqrt{5^2}} = \frac{2 \times 5^2}{2 \times 5} = 5$$

Vérification calculatrice : 

$$C = \sqrt{\frac{121}{49}} = \sqrt{\frac{11^2}{7^2}} = \sqrt{\left(\frac{11}{7}\right)^2} = \frac{11}{7}$$

Vérification calculatrice : 

Exercice 3 – Géométrie sans repère (3 points)

On considère un parallélogramme $ABCD$ d'aire $24\ cm^2$ et tel que $AB = 8\ cm$.
On appelle H le projeté orthogonal de D sur la droite (AB).

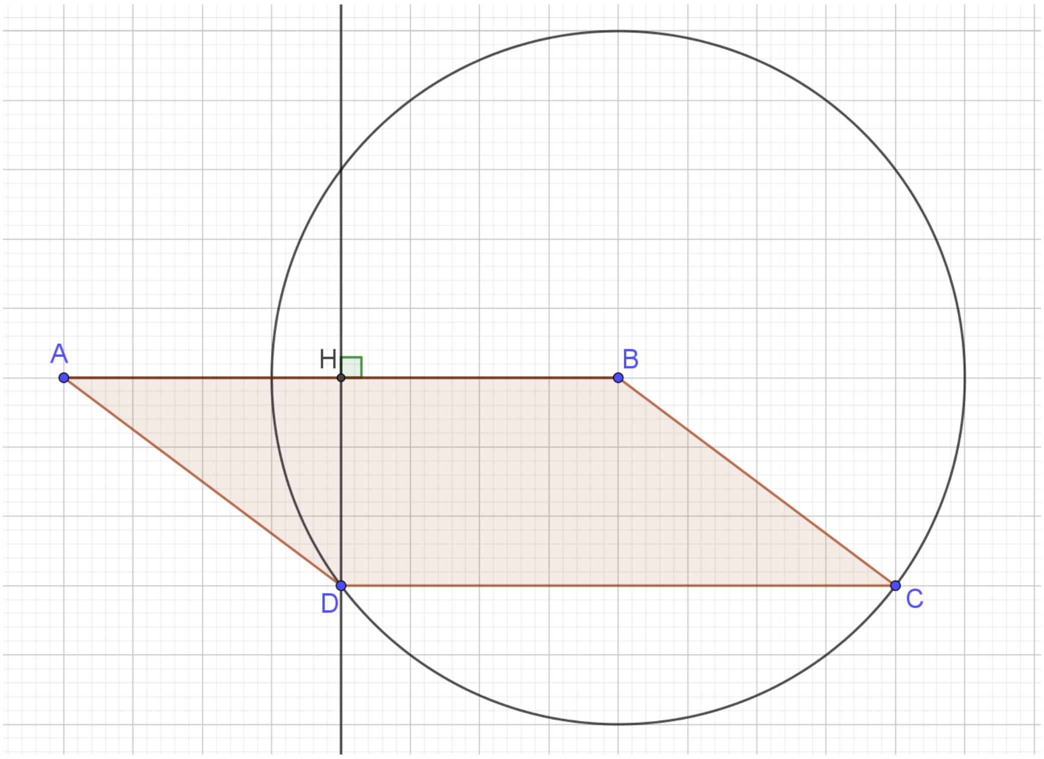
1. Déterminer, en la justifiant, la distance du point D à la droite (AB).

Comme H est le projeté orthogonal de D sur la droite (AB), la distance du point D à la droite (AB) est la distance DH.

D'autre part, $Aire(ABCD) = AB \times DH$ soit $24 = 8 \times DH$ donc $DH = \frac{24}{8} = 3$.

$\boxed{DH = 3\ cm}$

2. Construire un parallélogramme $ABCD$ vérifiant les hypothèses et tel que H soit le milieu du segment $[AB]$.



3. En déduire que $DA = DB$.

Dans le triangle DAB, DH est (par hypothèses) la médiatrice du segment $[AB]$ donc, par définition, $DA = DB$.

4. En déduire que le cercle de centre B passant par D passe aussi par C.

On a également $DA = BC$ car $ABCD$ est un parallélogramme.
Donc $DA = DB = BC$.
L'égalité $BD = BC$ permet d'affirmer que le cercle de centre B passant par D passe aussi par C.

Exercice 4 – Géométrie avec repère (5 points)

Dans un repère orthonormé $(O\,;I,J)$ on considère les points $A(-2\,;-1)$, $B(-4\,;3)$ et $C(2\,;6)$.

1. Démontrer que le triangle ABC est rectangle.

Calculons les distances AB , AC et BC afin de vérifier si la réciproque du théorème de Pythagore est vérifiée.

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{\big(-4-(-2)\big)^2 + \big(3-(-1)\big)^2} = \sqrt{(-2)^2 + 4^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20}$$

$$AC = \sqrt{\big(2-(-2)\big)^2 + \big(6-(-1)\big)^2} = \sqrt{4^2 + 7^2} = \sqrt{16+49} = \sqrt{65}$$

$$BC = \sqrt{\big(2-(-4)\big)^2 + (6-3)^2} = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{36+9} = \sqrt{45}$$

On remarque que $AC^2 = AB^2 + BC^2$ ce qui prouve que le triangle ABC est rectangle en B.

2. On appelle D le symétrique du point B par rapport au milieu du segment $[AC]$.

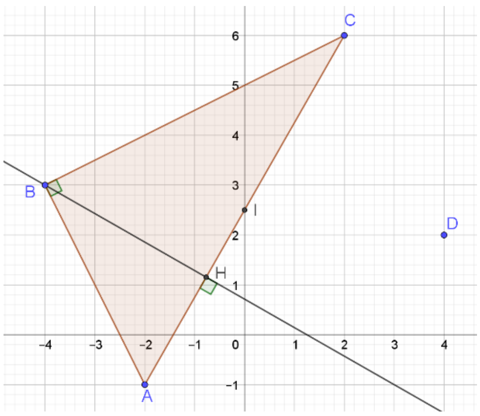
Démontrer que $ABCD$ est un rectangle.

Appelons I le milieu de $[AC]$. Par hypothèse, I est aussi le milieu de $[BD]$.

Les segments $[AC]$ et $[BD]$ ont le même milieu donc $ABCD$ est un **parallélogramme**.

Comme le triangle ABC est rectangle, $ABCD$ possède un **angle droit**.

Par conséquent, $ABCD$ est un rectangle.



3. Calculer l'aire du triangle ABC.

$$Aire(ABC) = \frac{AB \times BC}{2} = \frac{1}{2} \times \sqrt{20} \times \sqrt{45} = 15$$

$$\boxed{Aire(ABC) = 15\ cm^2}$$

4. La droite perpendiculaire à (AC) passant par le point B coupe (AC) en H.

À l'aide du triangle ABC, en déduire la longueur BH.

L'aire du triangle rectangle ABC peut également s'obtenir en utilisant la hauteur $[BH]$ ce qui donne :

$$Aire(ABC) = \frac{BH \times AC}{2} = \frac{1}{2} \times BH \times \sqrt{65}$$

$$\Leftrightarrow 15 = \frac{1}{2} \times BH \times \sqrt{65} \Leftrightarrow \boxed{BH = \frac{30}{\sqrt{65}} \approx 3{,}72\ cm}$$

5. Calculer alors la longueur CH.

On peut utiliser, par exemple, le théorème de Pythagore dans le triangle HBC rectangle en H.

$$BC^2 = BH^2 + HC^2 \Leftrightarrow 45 = \frac{900}{65} + HC^2 \Leftrightarrow HC^2 = 45 - \frac{180}{13} = \frac{405}{13} \text{ et } \boxed{HC = \sqrt{\frac{405}{13}} \approx 5{,}58\ cm}$$

Exercice 5 – QCM (7,5 points)

Cet exercice est un QCM. Aucune justification n'est demandée.
Chaque question comporte une ou plusieurs bonnes réponses.
Recopier, sur votre copie, le numéro de la question ainsi que la (les) bonne(s) réponse(s).
Une bonne réponse rapporte X point. ***Une mauvaise réponse enlève $\frac{X}{2}$ point*** *!*

Partie A

Naïma a gagné un sachet de billes lors d'une fête foraine. Férue de rouge, elle décide de trier les billes de son sachet. Le tableau ci-dessous donne la composition du sachet en fonction de la couleur et de la matière des billes.

	Rouge	Bleu	Vert	Jaune	Total
Verre	5	9	8	2	24
Terre	1	3	2	0	6
Total	6	12	10	2	30

Question 1 - La proportion de billes rouges dans l'ensemble du sac est de :

$a)$ 6	$b)$ 20	$\boldsymbol{c)}$ **20 %**	$\boldsymbol{d)}$ $\boldsymbol{\frac{20}{100}}$

Question 2 – La proportion de billes en verre parmi les billes vertes est de :

$a)$ 0,2	$\boldsymbol{b)}$ $\boldsymbol{0,8}$	$c)$ $\frac{4}{15}$	$d)$ $\frac{1}{3}$

Question 3 – La couleur qui comporte la plus grande proportion de billes en terre est :

$a)$ *le rouge*	$b)$ *le vert*	$\boldsymbol{c)}$ ***le bleu***	$d)$ *le jaune*

Partie B

Question 4 - Une population de bactéries cultivées en laboratoire augmente chaque jour de 20 %. Le premier jour, on estimait à 10 milliers le nombres de bactéries. Au bout d'un jour, la population est de :

$a)$ 10 000,2	$\boldsymbol{b)}$ ***12 milliers***	$c)$ 2 000	$d)$ 10 020

Question 5 – Effectuer une baisse de 13 % revient à multiplier par :

$a)$ 0,13	$b)$ 1,13	$\boldsymbol{c)}$ $\boldsymbol{0,87}$	$d)$ $-$ 0,13

Question 6 – Multiplier par 1,051 revient à effectuer une hausse de :

$a)$ 1,051	$b)$ 51 %	$\boldsymbol{c)}$ $\boldsymbol{5,1}$ **%**	$d)$ 1,051

Question 7 – Multiplier par 0,2 revient à effectuer une baisse de :

$a)$ 0,2 %	$b)$ 20 %	$\boldsymbol{c)}$ **80 %**	$d)$ 0,8 %